

**Zum Trag- und Verformungsverhalten von
Stahlbetonschalen unter besonderer Berücksichtigung
kryogener Bedingungen**

Doktorarbeit
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der
Fakultät für Bauingenieurwesen
der Ruhr-Universität Bochum

von
Hermann Poll
Osterbrock

Bochum 1989



**Zum Trag- und Verformungsverhalten von
Stahlbetonschalen unter besonderer Berücksichtigung
kryogener Bedingungen**

Doktorarbeit
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der
Fakultät für Bauingenieurwesen
der Ruhr-Universität Bochum

von
Hermann Poll
Osterbrock

Bochum 1989

Doktorarbeit eingereicht am : 26.10.1988

Tag der mündlichen Prüfung : 14.02.1989

Berichter : Prof. Dr.-Ing. F. Stangenberg
Prof. Dr.-Ing. H.-J. Niemann

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1985 bis 1988 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum und wurde von der dortigen Fakultät für Bauingenieurwesen als Dissertation angenommen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Stangenberg danke ich sehr herzlich für die Anregungen zu dieser Arbeit sowie für die stetige Unterstützung und Förderung bei der Durchführung.

Mein Dank gilt ebenso Herrn Prof. Dr.-Ing. Niemann für die freundliche Bereitschaft zur Übernahme des Koreferates.

1. EINLEITUNG	1
1.1. Aufgabenstellung	1
1.2. Aufbau der Arbeit	2
2. VERFAHREN DER VERFORMUNGSMESSUNG	10
2.1. Verformungsmeßsysteme	10
2.2. Verformungsmeßsysteme	11
2.3. Verformungsmeßsysteme	12
3. VERFAHREN DER VERFORMUNGSMESSUNG	13
3.1. Verformungsmeßsysteme	13
3.2. Verformungsmeßsysteme	14
3.3. Verformungsmeßsysteme	15
4. VERFAHREN DER VERFORMUNGSMESSUNG	16
4.1. Verformungsmeßsysteme	16
4.2. Verformungsmeßsysteme	17
4.3. Verformungsmeßsysteme	18
4.4. Verformungsmeßsysteme	19
5. VERFAHREN DER VERFORMUNGSMESSUNG	20
5.1. Verformungsmeßsysteme	20
5.2. Verformungsmeßsysteme	21
5.3. Verformungsmeßsysteme	22
5.4. Verformungsmeßsysteme	23
6. VERFAHREN DER VERFORMUNGSMESSUNG	24
6.1. Verformungsmeßsysteme	24
6.2. Verformungsmeßsysteme	25
6.3. Verformungsmeßsysteme	26
6.4. Verformungsmeßsysteme	27

1 EINLEITUNG

1.1 Allgemeines	1
1.2 Problemstellung	4
1.3 Stand der Erkenntnisse	8
1.4 Gegenstand der Arbeit	10

2 KONSTITUTIVE BEZIEHUNGEN FÜR BETON

2.1 Allgemeines	11
2.2 Werkstoffmodell	14
2.3 Arbeitslinie bei Raumtemperatur	17
2.3.1 Druckbereich	17
2.3.2 Zugbereich	19
2.4 Betonverhalten bei Tieftemperatur	21
2.4.1 Festigkeitsverhalten	22
2.4.2 Verformungsverhalten	26
2.5 Arbeitslinie bei Tieftemperatur	29

3 KONSTITUTIVE BEZIEHUNGEN FÜR STAHL

3.1 Arbeitslinie bei Raumtemperatur	31
3.2 Arbeitslinie bei Tieftemperatur	33

4 SELBSTVORSPANNUNG INFOLGE ABKÜHLUNG

4.1 Allgemeines	37
4.2 Wärmedehnzahlen normalgelagerten Betons	38
4.3 Wärmedehnzahlen des Stahls	39
4.4 Spannungen und Verzerrungen aus innerem Zwang	40

**5 TENSION-STIFFENING-KONZEPT BEI ZENTRISCHER
ZUGBEANSPRUCHUNG**

5.1 Verformungsverhalten eines Stahlbetonzugstabes	45
5.2 Bestehende Konzeptionen	49
5.3 Strategie bei Raumtemperatur	53

5.3.1	Formale Ableitung	53
5.3.2	Exemplarische Auswertung	57
5.3.3	Potentielle Erweiterungen	57
5.4	Strategie bei Tieftemperatur	64
6	TENSION-STIFFENING-KONZEPT BEI BIEGEBEANSPRUCHUNG	
6.1	Strategie bei Raumtemperatur	71
6.1.1	Rißbildung unbewehrter Betonkörper	71
6.1.2	Rißbildung bewehrter Betonkörper	73
6.2	Strategie bei Tieftemperatur	78
7	BERECHNUNGSMODELL UND RECHENVERFAHREN	81
8	ERGEBNISSE	
8.1	Allgemeines	87
8.2	Prinzipielle Einflüsse von Tension Stiffening bei Raumtemperatur	88
8.3	Prinzipielle Einflüsse kryogener Temperaturen	95
8.4	LNG-Innenbehälter bei Vollfüllung	98
8.5	LNG-Innenbehälter beim Füllvorgang	115
9	ZUSAMMENFASSUNG	119
	LITERATURVERZEICHNIS	124
	BEZEICHNUNGEN	144

1 EINLEITUNG

1.1 Allgemeines

Die hinreichende Versorgung mit Energie ist eine der wesentlichen Voraussetzungen für die Aufrechterhaltung und Weiterentwicklung jeder Volkswirtschaft. Dafür stehen die fossilen Brennstoffe, also Kohle, Öl und Gas, ebenso zur Verfügung wie spaltbares Material in Form von z.B. Uran. Darüberhinaus bieten die unbegrenzten Energiequellen - unbegrenzt ist hier im Sinne menschlich überschaubarer Zeiträume zu verstehen - ein hohes Energiepotential an. Energieträger dieser Art sind u.a. die Solarstrahlung, der Wind, die Wasserkraft sowie die Erdwärme.

Gedeckt wird der Energiebedarf nach wie vor hauptsächlich durch Erdöl und Kohle. Die jüngst so viel diskutierten Quellen unbegrenzten Energieangebotes sind zur Zeit nicht in der Lage, einen prägnanten Anteil am Energiehaushalt einzunehmen. Erfolgversprechende Denkansätze zur Nutzung dieser Alternativenenergieträger weisen insbesondere in Richtung Solarstrahlung. Bei einem dieser Konzepte soll die Frage nach der Speicherung der Solarenergie mit Hilfe des sekundären Energieträgers Wasserstoff gelöst werden /1.14/.

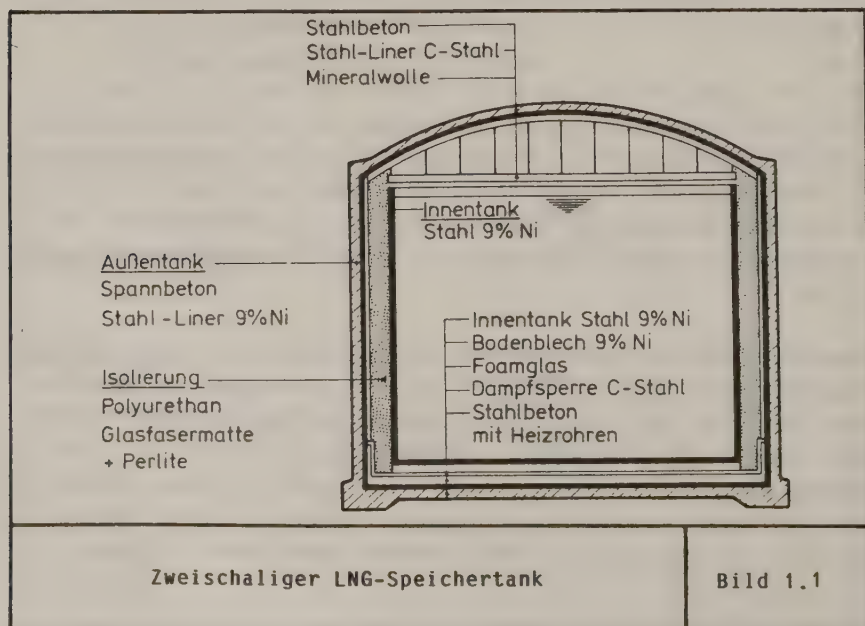
Die Energiepolitik der Industriestaaten, die seit Mitte der siebziger Jahre die Substitution des Erdöls und die Diversifizierung der Energiebezugsquellen verfolgt, begünstigte neben der Kernenergie die zunehmende Verwendung des Erdgases. Im Zeichen wachsenden Ökologiebewußtseins liefert der schadstoffarme Abbrand des Erdgases für viele Nutzer einen weiteren Grund, diese Energieressource zu nutzen.

Wegen der temporär stark wechselnden Nachfrage ergibt sich die Notwendigkeit, bauliche Anlagen zur Zwischenlagerung zu schaffen. Dazu kann i.a. das Erdgas am wirtschaftlichsten auf Temperaturen unter etwa -162°C abgekühlt werden, es entsteht dann bei Atmosphärendruck eine niedrig-viskose Flüssigkeit mit einer Wichte von etwa $5,0\text{ kN/m}^3$. Verflüssigtes Erdgas - abgekürzt LNG (Liquefied Natural Gas) - ist durchsichtig, farblos und geruchlos. Etwa

600 m³ Gasvolumen verdichten sich auf 1 m³ LNG.

Die ersten LNG-Tanks - oberirdisch angeordnet, was im folgenden auch weiterhin vorausgesetzt wird - wurden aus kaltzähem Stahl mit einer außen aufgetragenen Isolierschicht errichtet, wobei unverkennbar der Öltank Pate gestanden hat. In Anlehnung an die Sicherheitsphilosophie im kerntechnischen Ingenieurbau führten steigende Sicherheitsanforderungen zu doppelschaligen Konstruktionen, mit denen eine Minimierung des mit der Speicherung des verflüssigten Erdgases verbundenen Risikos angestrebt wird. Die Gefahr geht dabei stets von einem Leck aus: Kryogene Temperaturen und Energie können frei werden, Gas-Luft-Gemische entstehen und als deren Folge möglicherweise Explosionen, Brände etc..

Bei dem Prinzip der Doppelmantelsysteme schließt der innere Tank das LNG ein, der äußere Tank (Sicherheitsbehälter) stellt eine gasdichte Barriere dar und übernimmt gleichzeitig den Schutz des Innentanks vor äußeren Einwirkungen. Ohne Betonkomponenten ist ein solcher integraler Schutzauftrag nicht möglich. Betonkomponenten sind deshalb die entscheidenden Sicherheitselemente /1.1/.



Zweischaliger LNG-Speichertank

Bild 1.1

Daher werden mehrheitlich die Sicherheitsbehälter aus Spannbeton, die selbsttragenden Innenbehälter dagegen aus tieftemperaturgeeignetem Stahl hergestellt. Es ist jedoch unschwer vorstellbar, daß ein massiver Innenbehälter wegen der fehlenden Problematik eines Großbruchversagens (zipping effect) wie auch durch das erheblich günstigere Verhalten bei Erdbeben oder Brand des Speichergutes einem metallischen gegenüber Vorteile aufweist. Eine doppel-schalige Betonkonstruktion bietet demnach eine optimale passive Sicherheit /1.2/.

Der schematische Aufbau eines zweischaligen Flüssiggasbehälters mit einem Innentank aus Stahl und einem Containment aus Spannbeton ist aus Bild 1.1 ersichtlich. Darin sind ebenso die Isolierung sowie der nach heutigen Erkenntnissen zur Gewährleistung der Gasdichtigkeit des Aussenbehälters unabdingbare Liner eingetragen.



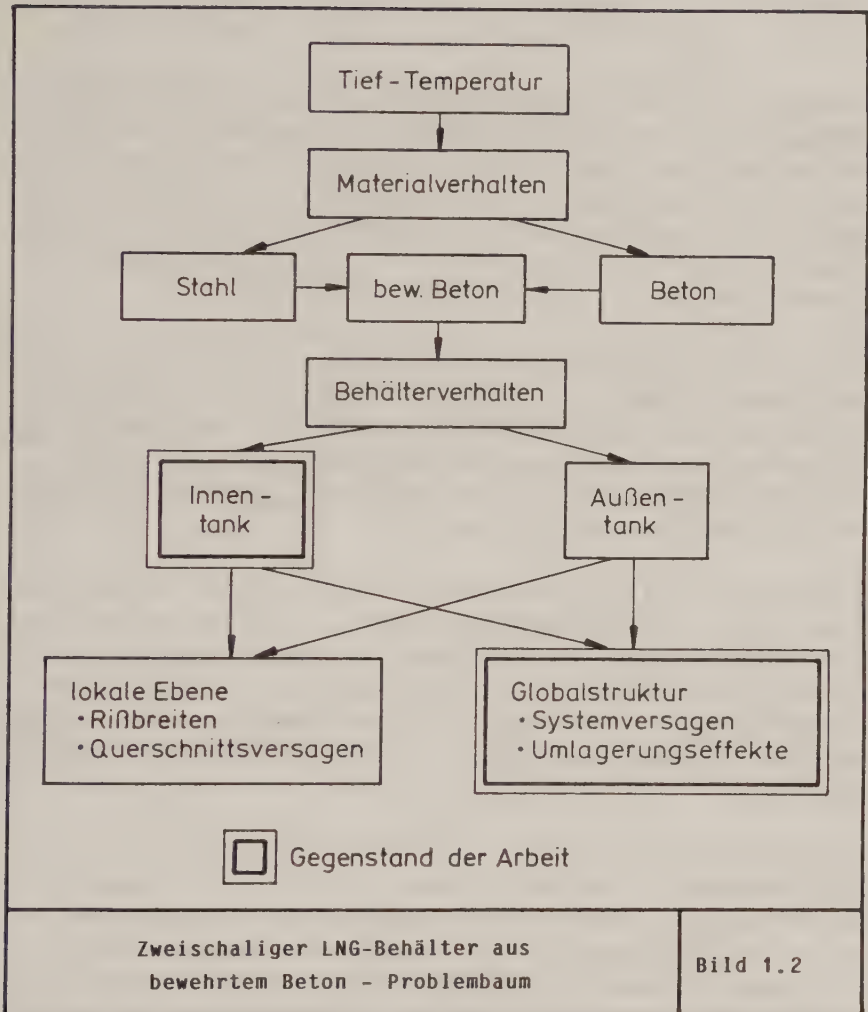
1.2 Problemstellung

Zu den primären im Zusammenhang mit dem Bau von LNG-Tanks stehenden technischen Aufgaben gehört neben der konstruktiven Durchgestaltung der Linerverankerung im Beton und der Ausbildung der Anschlüsse Wand-Decke sowie Wand-Bodenplatte die Beherrschung der tiefen Temperatur des gelagerten Mediums im Hinblick auf das Verhalten der damit in Berührung kommenden Baustoffe und Bauteile /1.12/.

Innenbehälter - seien sie aus Stahl oder armiertem Beton - werden langsam und planmäßig auf die Betriebstemperatur abgekühlt. Aufgrund der Konzentration des Wärmedurchlaßwiderstandes in der Dämmung zwischen Innen- und Außentank tritt über die Wanddicke eines Innentanks praktisch kein Temperaturgefälle auf, das Bauteil wird nahezu völlig auf die Temperatur des LNG abgekühlt. Da die Temperaturverkürzung des Kreiszylinders weder radial noch meridional behindert ist, kommt es also zu keiner Zwängung infolge der thermischen Belastung. Im tiefkalten Zustand ist der Innenbehälter aber für die ihm zugewiesene äußere Last, d.h. Flüssigkeitsdruck, zu bemessen.

Sicherheitsaußentanks verbleiben im Betriebszustand weitgehend auf dem Niveau der umgebenden Temperatur, während es im Katastrophenfall zu einer einseitigen, zunächst örtlich begrenzten Abkühlung der Wand kommt, die schockartig oder für weite Teile der Konstruktion infolge steigender kalter Gase auch langsam erfolgt.

Auf der Basis einer weltweiten experimentellen Grundlagenforschung wurde ein hoher Kenntnisstand über das Verhalten vieler Baustoffe im Tieftemperaturbereich gewonnen. Auch sind vornehmlich in den letzten Jahren experimentelle Untersuchungen an bewehrten Betonbauteilen durchgeführt worden, um Fragen des Zusammenwirkens der Komponenten Stahleinlage und Beton unter tiefkalten Einsatzbedingungen zu eruieren. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt kann daher von einer in den wesentlichen Punkten ausreichenden Lösung der weiter oben beschriebenen Aufgabe ausgegangen werden.



Beim Weiterverfolgen des Problembaumes (s.Bild 1.2) wird nun das Stadium erreicht, in dem es das Thema Gebrauchsfähigkeit und Standsicherheit tieftemperaturbeaufschlagter bewehrter Betonbehälter zu erörtern gilt. Sollen im Rahmen der gestellten Genauigkeitsanforderungen zuverlässige Aussagen diesbezüglich getroffen

werden, so ist es unabdingbar, das Trag- und Verformungsverhalten bis hin zur Tragfähigkeitsgrenze realistisch zu prognostizieren.

Der Komplexität des Problems wegen erscheint es zwingend erforderlich, eine differenzierte Betrachtung auf eine Behälterfunktion zu beschränken. Diese Arbeit soll im weiteren auf den Typ des Innenbehälters eingegrenzt sein. Bezüglich der mit der schockartigen Abkühlung von Außenbehältern im Zusammenhang stehenden Fragestellungen sei es an dieser Stelle erlaubt, auf die entsprechende Literatur /1.4/, /1.5/, /1.6/, /1.9/ zu verweisen.

Bei der Analyse des Behälterverhaltens müssen alle wesentlichen nichtlinearen Effekte, die sich aus dem verwendeten Verbundbaustoff ergeben, Berücksichtigung finden. Das sind vor allem die mit der tiefen Temperatur einhergehenden Fragen des Materialverhaltens, des Verbundes zwischen den Komponenten, der Rißbildung und der Steifigkeit gerissener Zonen.

Da der Beton über Verbundspannungen in der Lage ist, zwischen den Rissen gewisse Zugspannungen aufzunehmen, ist es sicherlich nicht wirklichkeitsnah, für die Steifigkeit gerissener Zonen den reinen Zustand II anzusetzen. Dieser Mitwirkungsanteil, d.h. der Unterschied zwischen dem Verhalten der reinen Bewehrung und dem realen Verhalten des Stahlbetonbauteils, wird als Tension Stiffening bezeichnet.

In der derzeitigen Bemessungs- und Nachweispraxis gehen inelastische Phänomene nur auf lokaler Ebene, d.h. Querschnittsebene, in die Rechnung ein, wobei als Eingangsgrößen die sich aus einer linear-elastischen Berechnung der Globalstruktur ergebenden Beanspruchungen verwendet werden. Auf eventuelle Modifikationen der Eingangsgrößen infolge des Sicherheitskonzeptes durch Einführen entsprechender Grenzzustände sei hier am Rande besonders hingewiesen.

Dieser Philosophie folgend stellt erstmalig Fastabend /1.3/ für lastbeanspruchte Stahlbetonkonstruktionen unter planmässig über den Querschnitt konstanten tiefen Temperaturen ein Bemessungsrüst-

zeug zur Verfügung, das dem bei Normaltemperaturen aus Normen und sonstigen Regelwerken her bekannten vergleichbar ist.

Fastabend /1.3/ faßt die experimentellen und theoretischen Erkenntnisse zusammen und formuliert auf deren Grundlage Bemessungsverfahren für den Gebrauchs- und den Grenzzustand. Es werden Konstruktionsregeln zur Rißbreitenbeschränkung ausgearbeitet und für den Grenzzustand der Tragfähigkeit Duktilitätskriterien angegeben, die es erlauben, eine ausreichende Zähigkeit auch für kryogene Bedingungen zu gewährleisten.

Es darf jedoch nicht übersehen werden, daß das physikalisch nicht-lineare Verhalten der Globalstruktur Schnittgrößenumlagerungen mit sich bringt, die möglicherweise sogar die Versagensgrenze des Systems beeinflussen. Es gilt daher der Frage nachzugehen, wie die o.a. Vorgehensweise beim Standsicherheitsnachweis hinsichtlich Zuverlässigkeit oder auch Wirtschaftlichkeit zu beurteilen ist.

1.3 Stand der Erkenntnisse

Rabich /1.7/ beschreibt den Einfluß der Rißbildung auf die Schnittkraftverteilung in zylindrischen Behältern aus Stahlbeton durch numerisches Lösen der Differentialgleichung vierter Ordnung, wobei die Anfangswertmethode und die Differenzenrechnung zur Anwendung gelangen. Das Rechenverfahren beruht auf einem trilinearen Elastizitätsgesetz zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und ist auf Verhältnisse unter Raumtemperatur beschränkt. Wegen der Schwierigkeiten bei der Durchführung der Berechnungen - die Iterationen erwiesen sich als nicht straff genug gesteuert und mußten durch Schätzwerte für die Steifigkeiten gestützt werden - ist bei den vorgestellten Ergebnissen Vorsicht geboten, weswegen auch diese Methodik nicht weiterverfolgt wird.

Schmidt /1.10/ entwickelt in seiner Arbeit ein Verfahren auf der Grundlage der Methode der finiten Elemente, welches Stahlbetonbalken, -platten und -schalen physikalisch nichtlinear zu berechnen in der Lage ist, die neben äußeren Lasten verstärkt thermischen Beanspruchungen ausgesetzt sind. Dabei wird der Formulierung des temperaturabhängigen Materialverhaltens besondere Beachtung geschenkt. Die Untersuchungen beschränken sich nicht nur auf einen bestimmten Temperaturbereich, sondern umfassen den Bereich sehr tiefer bis hoher Temperaturen von -200°C bis $+200^{\circ}\text{C}$. Für die Steifigkeit nach Einsetzen der Rißbildung setzt Schmidt den reinen Zustand II an, die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen bleibt unberücksichtigt. Realität und Rechnung klaffen so weit auseinander.

Stathopoulos /1.13/ berechnet kreiszyindrische Flüssigkeitsbehälter aus Stahlbeton bei überwiegender Zwangbeanspruchung nichtlinear unter Beachtung des Tension-Stiffening-Effektes mit Hilfe der aus der strengen Schalentheorie approximierten Theorie des elastisch gebetteten Balkens. Danach wird die Membran- und Biegewirkung der Zylinderschale durch Ringträger und lotrechte Balken angenähert, wobei die lotrechten Tragelemente als elastisch auf die horizontalen Ringe gebettet betrachtet werden. Das unterschiedliche Temperaturverhalten der Komponenten Beton und Stahl, das

eine Selbstvorspannung induziert, wird jedoch ebenso wenig in Rechnung gestellt wie der Einfluß der Temperatur auf das Stoffgesetz des Stahlbetons.

Sato und Aoyagi /1.8/ präsentieren in ihrer Studie, die sich mit dem Verformungs- und Rißverhalten von Stahlbetonbiegeträgern unter tiefen Temperaturen auseinandersetzt, eine nichtlineare analytische Methode, mit der Momenten-Krümmungs-Beziehungen und Rißweiten auf der Basis von Verbund-Schlupf-Gesetzmäßigkeiten zwischen Stahl und Beton zu quantifizieren sind. Damit kann das Biegeverhalten vom Stadium der Rißbildung bis zum Fließen der Bewehrung beschrieben werden. Das Verfahren erweist sich jedoch wegen des erheblichen Rechenaufwandes für eine Berechnung von Schalentragerwerken als unpraktikabel.

Schnell /1.11/ schafft in seiner Dissertation die Voraussetzungen, die zum Nachvollziehen der Rißentwicklung erstbelasteter balkenartiger Bauteile in stationären Temperaturzuständen unter kombinierter Beanspruchung bei Normal- und Tieftemperaturen notwendig sind. Es wird ein Weg aufgezeigt, mit dem eine rechnerische Bestimmung von Steifigkeit, Rißbreiten und Rißabständen im Gebrauchszustand gelingt. Die Berechnungsmethode wird an einer Vielzahl von Ergebnissen überprüft, die sowohl aus Versuchen an Stahlbetonstäben unter zentrischer Zugbeanspruchung infolge Zwang oder äußerer Last als auch an Biegeträgern unter Zwang oder äußerer Last gewonnen wurden.

1.4 Gegenstand der Arbeit

Die Sichtung der Literatur zeigt, daß eine integrale, über alle Beanspruchungsniveaus bis hin zur Versagensgrenze kontinuierliche Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens bewehrter Betonbehälter zur Lagerung von verflüssigtem Erdgas unter den Einsatzbedingungen planmäßig tiefkalter Temperaturen noch nicht in Angriff genommen worden ist.

Ziel der Arbeit ist es daher, diese Lücke im Hinblick auf mögliche Konsequenzen für praktische Bemessungs- resp. Nachweisregularien zu schließen. Es ist dazu jedoch vorab notwendig, die wesentlichen inelastischen Effekte zu quantifizieren.

Zunächst soll deshalb das Materialverhalten der beiden Komponenten Beton und Stahl analytisch formuliert werden, wobei das sowohl für Raumtemperatur als auch für kryogene Temperaturen erfolgt. Wegen des stark unterschiedlichen Dehnverhaltens der beiden Komponenten im Bereich tiefer Temperaturen ist zudem ein Einbeziehen des sich ergebenden Eigenspannungszustandes unumgänglich.

Das Auftreten von Rissen in bewehrten Traggliedern führt zu einem Verlust an Steifigkeit in Teilbereichen des Tragwerks. Die Frage nach der verbleibenden Steifigkeit soll beantwortet werden. Der Mitwirkungsanteil des Betons - auch Tension Stiffening genannt - soll zunächst für zentrisch beanspruchte Stahlbetonstäbe sowie für unter Biegebeanspruchung stehende Stahlbetonträger unter Raumtemperatur ermittelt und dann auf den kryogenen Bereich übertragen werden.

Die integrale Erfassung der beiden Komponenten sowie ihres Zusammenwirkens im Verbundquerschnitt soll sodann in einem auf der Methode der finiten Elemente basierenden Rechenprogramm erfolgen. Mit dessen Hilfe wird unter Verwendung beispielhafter Rechnungen das Ziel zu erreichen versucht.

2 KONSTITUTIVE BEZIEHUNGEN FÜR BETON

2.1 Allgemeines

Im Rahmen einer Tragwerksanalyse sind neben den Gleichgewichtsbedingungen und den kinematischen Bedingungsgleichungen auch die konstitutiven Beziehungen zu beschreiben. Da in dieser Arbeit keine über Flächentragwerke hinausgehenden Tragsysteme einer numerischen Berechnung zugeführt werden sollen, werden, da Flächentragwerke in ihrem mechanischen Verhalten ausschließlich durch Funktionen der Mittelflächenkoordinaten (Dünne-Hypothese) erfaßbar sind, zweidimensionale Stoffgesetze erforderlich.

Für wirklichkeitsnahe Untersuchungen mit dem Anspruch an eine hinreichende Approximation des Betonverhaltens sind darin die folgenden Spezifikationen zu erfassen:

- nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Druckbereich
- Reißen des Betons bei Überschreiten der Zugfestigkeit
- Festigkeitserhöhung bei biaxialer Druckbeanspruchung
- Versagensarten (Gleit- bzw. Trennbruch).

Zeitabhängige Effekte wie Kriechen, Schwinden und Relaxation bleiben im weiteren außer acht. Daher haben die vorgestellten Beziehungen eine nur für Kurzzeitbelastung im Rahmen der Genauigkeitsanforderungen gültigen Charakter.

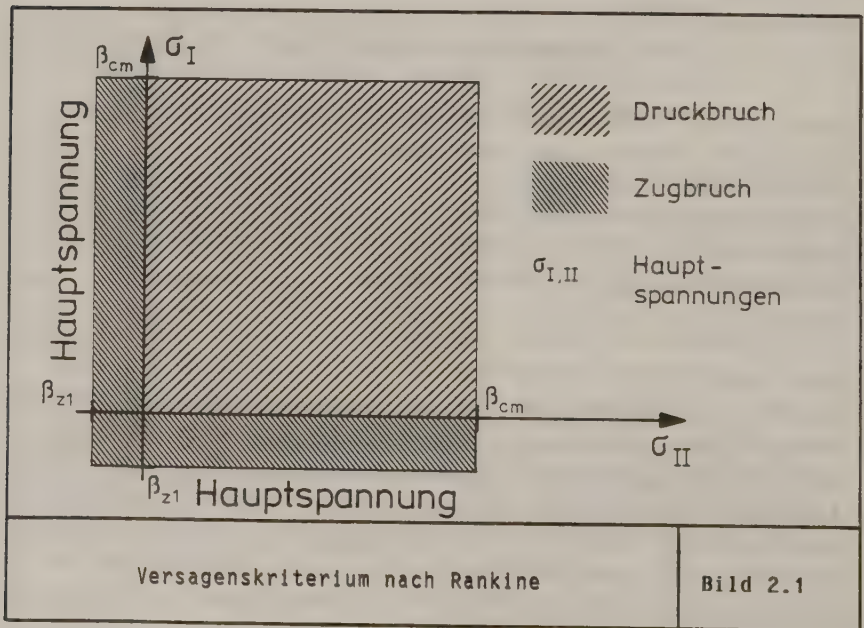
Da für Beton im tiefkalten Temperaturbereich - im Gegensatz zum Beton unter hohen Temperaturen /2.7/, /2.8/ - keine Versuche vorliegen, die Aussagen über Festigkeit und Verformung bei biaxialer Beanspruchung zulassen, wird sowohl unter Raum- wie auch unter Tieftemperatur zum einen auf eine Festigkeitserhöhung bei biaxialer Druckbeanspruchung und zum anderen auf eine Erfassung der Interdependenz möglicher Spannungs kombinationen der beiden Beanspruchungsrichtungen verzichtet. Die in den nachfolgenden Abschnitten vorgestellten Arbeitslinien ermöglichen es jedoch prin-

zipiell, nach entsprechender Absicherung durch Versuche die gegenseitige Beeinflussung der beiden Richtungen nach einem Verfahren von Liu und Nilson /2.17/ einzubeziehen.

Die Versagensarten des Betons lassen sich kategorisieren in

- Ausfall der Zugfestigkeit
- und
- Druckbruch.

Beim ersten Fall tritt Versagen nur in einer Richtung auf, d.h., der Beton verliert die Fähigkeit, Normalspannungen über den Riß zu übertragen, während er vom Prinzip her zunächst noch alle anderen Spannungen übernehmen kann. Beim Druckversagen hingegen wird die Tragfähigkeit in alle Richtungen beeinträchtigt.



Zur Approximation der Versagensmechanismen bei ebenen Spannungsproblemen wird das Hauptspannungskriterium gemäß Bild 2.1 angewendet. Mit diesem Kriterium können dem Stand der Forschung entsprechend Gleit- und Trennbrüche hinreichend genau erfaßt werden. Dabei wird - wieder wegen fehlender Versuche unter tiefkalten Temperaturen - für den zweiachsigen Zug/Druck-Bereich die durch die Hypothese der maximalen Normalspannungen definierte obere Grenzgerade angesetzt.

Mit Hilfe der so definierten Versagenskurve werden die Brucharten abgegrenzt. Druckbruch wird angenommen, wenn die Kurve im Druck/Druck-Bereich überschritten wird. Nach Link /2.16/ kann vereinfachend im gesamten Druck/Zug- und Zug/Zug-Bereich von der Annahme des Zugbruchs in Richtung der größten Hauptzugspannung ausgegangen werden.

2.2 Werkstoffmodell

Eine Übersicht über die verschiedenen, zur Berücksichtigung der betonspezifischen Merkmale formulierten Stoffgesetze findet sich bei Kompfner /2.14/. Danach lassen sich alle Modelle in eine der nachstehenden Theorien einordnen:

- nichtlineare Elastizitätstheorie
- Plastizitätstheorie
- endochrome Theorie.

Die Elastizitätsmodelle beruhen auf einem Materialkonzept, dessen auf der Elastizitätstheorie basierende konstitutive Gleichungen durch einige Näherungsannahmen ergänzt werden. Sie beinhalten entweder die Annahme eines isotropen oder die Annahme eines auf die Richtung der Spannungshauptachsen bezogenen orthotropen Werkstoffverhaltens, wobei allgemein die Gründe für die Anisotropie material-, herstellungs- resp. auch beanspruchungsbedingt sein können.

Da Versuche zeigen, daß der Beton nach einer etwaigen Entlastung bleibende Verformungen aufweist, liegt der Gedanke nahe, die irreversiblen Verformungen mit der Plastizitätstheorie zu beschreiben. Diesbezüglich sind elastisch-idealplastische Modelle ebenso entstanden wie elastisch-plastische mit Verfestigung.

Die Grundgleichung der endochronen Theorie ist die eines inelastischen Maxwell-Körpers. Es wird versucht, die inelastischen Verzerrungen in Abhängigkeit von den Verzerrungsinkrementen darzustellen. Dabei wird der Zeitparameter dt durch eine äquivalente Variable ersetzt, die ebenso wie dt nicht abnehmen kann und ein Maß für die Zerstörung des Werkstoffs ist.

Vergleichende Untersuchungen von Stahlbetonflächentragwerken bei Ansatz verschiedener Betonmodelle stellt Dinges /2.6/ an. Er legt für biaxial druckbeanspruchten Beton wahlweise ein isotropes, ein orthotropes und ein elasto-plastisches Verhalten zugrunde, für

Beton unter Zugbelastung jeweils ein orthogonal anisotropes. Den numerischen Berechnungen zufolge sind große Unterschiede zwischen den Ergebnissen der einzelnen Betonmodelle nicht festzustellen.

Da der Beton zum einen infolge der Gefügezerstörung unter hoher Druckbelastung und zum anderen infolge von Ribbildung beanspruchungsbedingte Anisotropien aufweist, erscheint es für das weitere Vorgehen angebracht, das Betonverhalten mit einem orthotropen Ansatz zu beschreiben.

In Anlehnung an Link /2.16/ wird daher für den biaxial beanspruchten ungerissenen Beton die folgende auf die Richtung der spannungsabhängigen Anisotropie bezogene konstitutive Beziehung gewählt:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_{11} & \nu \cdot E_{11} & 0 \\ \nu \cdot E_{22} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu^2) \cdot G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ 2\epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Hierin zeigen σ_{ij} und ϵ_{ij} die Spannungen und zugehörigen Verzerrungen in Richtung der orthogonalen Hauptachsen an, welche der beanspruchungsbedingten Anisotropierichtung entsprechen, sowie E_{ij} die Sekantenwerte der Elastizitätsmoduli in Richtung der Hauptachsen. Weiterhin werden die Querdehnzahl wie auch der Schubmodul in gebräuchlicher Form mit ν und G bezeichnet.

Die Gln. (2.1) kann mit Hilfe von aus der Literatur bekannten Regeln auf allgemeine orthogonale Raumrichtungen transformiert werden.

Beanspruchungen, welche die definierten Grenzen des Festigkeits- resp. Verformungspotentials überschreiten, führen zu einem partiellen Ausfall der Bindungsenergie aus Gln. (2.1) /2.5/. Der Ver-

lust an Bindungsenergie wird optisch deutlich durch fortlaufende Riß- oder Bruchränder. Wie Versuche bestätigen, reißt der Beton unter Belastung nahezu rechtwinklig zur Richtung der Hauptzugspannungen. Hierbei können durch die raue Verzahnung der Rißufer ("Aggregate Interlock"), durch Reibung sowie durch Mitwirken der Bewehrung ("Dowel Action") noch Bindungsenergieanteile erhalten bleiben.

Da über die Größe der Verzahnungsbeiwerte α_{ii} zur Berücksichtigung von Normalspannungen in Rissen nur wenig bekannt ist, werden sie deshalb im weiteren zu Null gesetzt. Die Übertragung der Tangentialspannungen im Riß wird gemäß Hand et al. /2.12/ durch einen konstanten Verzahnungsbeiwert $\alpha_{ik} = 0,4$ abgemindert.

Diese groben Annahmen erscheinen gerechtfertigt in Anbetracht der zahlreichen Einflußparameter, die in Versuchen stark streuende Werte liefern, wie z.B. Schlupf, Verbund und Verdübelungskräfte. Für im Einzelfall möglicherweise erforderliche genauere Untersuchungen sei hier nur auf die Abhandlungen /2.18/, /2.20/ verwiesen, die detaillierte Angaben zu diesem Fragekomplex bereitstellen.

Unter Berücksichtigung von Gln. (2.1) sowie der vorausgegangenen Erläuterungen wird die Elastizitätsmatrix $\underline{E}_{\text{Beton}}$ für den in einer Richtung gerissenen Beton zu

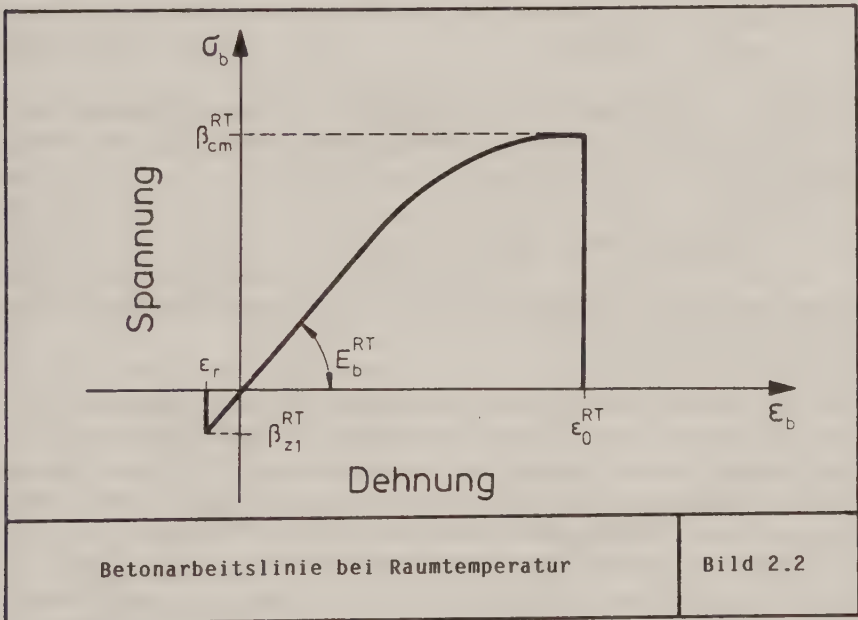
$$\underline{E}_{\text{Beton}} = \begin{bmatrix} E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{12} \cdot G \end{bmatrix} \cdot \quad (2.2)$$

Ist der Beton in zwei Richtungen gerissen, wobei angenommen wird, daß der zweite Riß senkrecht zum ersten auftritt, fallen alle Bindungsenergieanteile aus Gln. (2.1) aus und es gilt

$$\underline{E}_{\text{Beton}} = [0]. \quad (2.3)$$

2.3 Arbeitslinie bei Raumtemperatur

Die in der formal aufgestellten Gleichung (2.1) benötigten Elastizitätsmoduli werden in Abhängigkeit von den Dehnungen der Hauptrichtungen - wie schon erwähnt - jeweils getrennt ermittelt. Grundlage dazu bildet der in Bild 2.2 dargestellte $\sigma - \epsilon$ - Verlauf, der als hyperelastisch anzusehen ist.



2.3.1 Druckbereich

Für den unter Druckbeanspruchung stehenden Beton wird eine von Saenz /2.28/ veröffentlichte Spannungs-Dehnungs-Beziehung gewählt.

$$\sigma_b = \frac{E_b^{RT} \cdot \epsilon_b}{1 + (R_E - 2) \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_0^{RT}} \right) + \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_0^{RT}} \right)^2} \quad (2.4)$$

$$R_E = E_b^{RT} / E_0 \quad (2.5)$$

$$E_0 = \beta_{cm}^{RT} / \epsilon_0^{RT} \quad (2.6)$$

$$\epsilon_0^{RT} = 0,0022 \quad (2.7)$$

In den Gln. (2.4) bis (2.7) zeigt E_b^{RT} den E-Modul bezogen auf den Ursprung an. Die mittlere Zylinderdruckfestigkeit β_{cm}^{RT} kann nach Wesche /2.30/, /2.31/ zu

$$\beta_{cm}^{RT} \approx 0,85 \cdot \beta_{wm}^{RT} \quad (2.8)$$

angenommen werden, worin mit β_{wm}^{RT} die mittlere Würfeldruckfestigkeit bezeichnet wird.

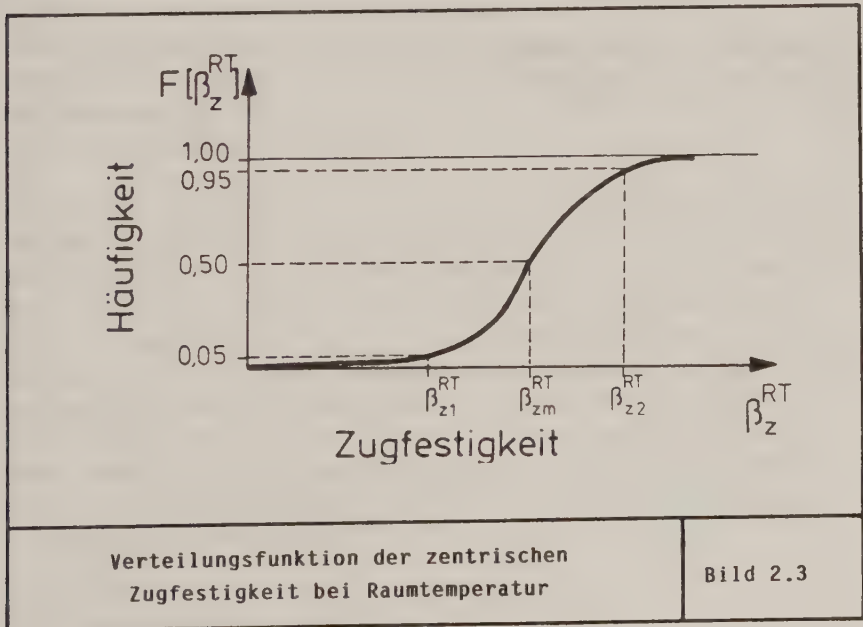
Die oben aufgeführte Formulierung stellt eine gute Approximation der von Grasser /2.11/ für die Anwendung in theoretischen Betrachtungen vorgeschlagenen $\sigma - \epsilon$ - Kennlinien dar. Es wird deshalb darauf verzichtet, über die Form der Parabel hinausgehende, höhergradige Kennlinien heranzuziehen, wie sie z.B. von Carreira und Chu /2.3/ angegeben werden. Diese Autoren machen den Grad der Kennlinien u.a. abhängig von der Druckfestigkeit und dem Anfangselastizitätsmodul.

Diesen Verzicht rechtfertigen auch Berechnungen von Scheler /2.28/, der u.a. den Einfluß verschiedener $\sigma - \epsilon$ - Verläufe im Druckbereich auf das Tragverhalten von Stahlbetonschalen untersucht. Demzufolge spielt die Formulierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für diesen Beanspruchungsbereich nur eine unbedeutende, rechnerisch kaum quantifizierbare Rolle.

2.3.2 Zugbereich

Der Zugbereich wird ohne großen Verlust an Genauigkeit linear elastisch abgebildet, wobei der Elastizitätsmodul dem Anfangsmodul im Druckbereich E_b^{RT} gleichgesetzt wird (Bild 2.2). Denn nicht der in Versuchen zu beobachtende leicht gekrümmte Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie /2.4/, /2.19/, sondern die Größe der Betonzugfestigkeit ist der entscheidende Faktor für das Verhalten unter Zugbeanspruchung.

Angaben über die Zugfestigkeit des Betons können z.B. einer Arbeit von Heilmann /2.13/ entnommen werden. Die Angaben von Heilmann stellen jedoch nicht in Rechnung, daß einzelne Betonmischungen zwar nach dem gleichen Rezept hergestellt werden, aber doch nicht völlig gleich sind und einer Mischungsstreuung unterworfen sind. Dieser Einfluß darf nicht übergangen werden. Rüsç /2.27/ leitet daher neue Werte für die Abschätzung der Betonzugfestigkeit ab.



Für die zentrischen Betonzugfestigkeiten β_{zi}^{RT} , die gemäß Bild 2.3 die Fraktilwerte der statistischen Festigkeitsverteilung darstellen, wird im folgenden von den Werten ausgegangen, die sich aus dieser Arbeit von Rüsç /2.27/ unter Zugrundelegung eines Variationskoeffizienten von 20% bestimmen lassen /2.15/:

$$\beta_{z1}^{RT} = 0,18 \cdot (\beta_{WN}^{RT})^{2/3} \quad [MN/m^2] \quad (2.9)$$

$$\beta_{zm}^{RT} = 0,27 \cdot (\beta_{WN}^{RT})^{2/3} \quad [MN/m^2] \quad (2.10)$$

$$\beta_{z2}^{RT} = 0,36 \cdot (\beta_{WN}^{RT})^{2/3} \quad [MN/m^2]. \quad (2.11)$$

Mit β_{WN}^{RT} wird die Nenndruckfestigkeit eines Betonwürfels bezeichnet. Mit Hilfe von Gln. (2.9) läßt sich die Dehnung ϵ_r , bei der der Beton reißt, zu

$$\epsilon_r = \beta_{z1}^{RT} / E_b^{RT} \quad (2.12)$$

angeben. Auf die Bedeutung der Gln. (2.10) und (2.11) wird an späterer Stelle eingegangen.

2.4 Betonverhalten bei Tieftemperatur

Durch zahlreiche experimentelle Forschungsarbeiten zeigte es sich, daß die Materialeigenschaften des Betons sich bei tiefen Temperaturen z.T. drastisch verändern. Dabei erweist sich als Haupteinflußparameter der Feuchtegehalt des Betons /2.22/; bei künstlich getrocknetem Beton sind die Änderungen gegenüber Normaltemperaturen nur gering.

Bei abnehmenden Temperaturen ist es vor allem das in den Betonporen unterschiedlicher Größenordnung vorhandene, zu hochfestem Eis gefrierende Wasser, welches die Materialeigenschaften des Betons grundsätzlich modifiziert. Eine detaillierte Beschreibung des Gefriervorganges und seiner Auswirkungen auf das Porengefüge legt Wiedemann /2.32/ vor.

Danach erfolgt das Gefrieren nicht bei einem festen Gefrierpunkt wie bei reinem Wasser, - dieses gefriert bei Atmosphärendruck auf Meereshöhe bei 0°C , was mit einer Volumenzunahme von ca. 9% verbunden ist - sondern mit abnehmenden Porengrößen bei immer tieferen Temperaturen, bis bei etwa -90°C ein gewisser Endzustand des Gefrierens erreicht ist.

Die nachfolgenden Ausführungen hinsichtlich der Beschreibung des Betonverhaltens unter tiefen Temperaturen gelten streng genommen nur für den Fall, daß nur ein halber Temperaturzyklus stattfindet, d.h. nur auf das kryogene Temperaturniveau abgekühlt wird. Untersuchungen von Bamforth /2.1/ und Rostásy/Wiedemann /2.23/ zeigen jedoch an, daß bei Anwendung entsprechender betontechnologischer Maßnahmen bzw. bei kontrollierten Abkühlvorgängen Temperaturzyklen keinen signifikanten Einfluß auf die Materialkennwerte haben. Nur bei schockartigen, d.h. sehr schnellen Abkühl- und Aufwärmgeschwindigkeiten ist mit z.T. erheblichen Festigkeitsverlusten zu rechnen.

2.4.1 Festigkeitsverhalten

Dadurch, daß zum einen das Eis selbst Kräfte übernehmen kann und zum anderen die Poren vom Eis mit einer Druckvorspannung erfüllt werden und daher keine Gefügeschwachstellen mehr darstellen, überrascht es nicht, daß die Festigkeit des Betons mit fallender Temperatur stark ansteigt.

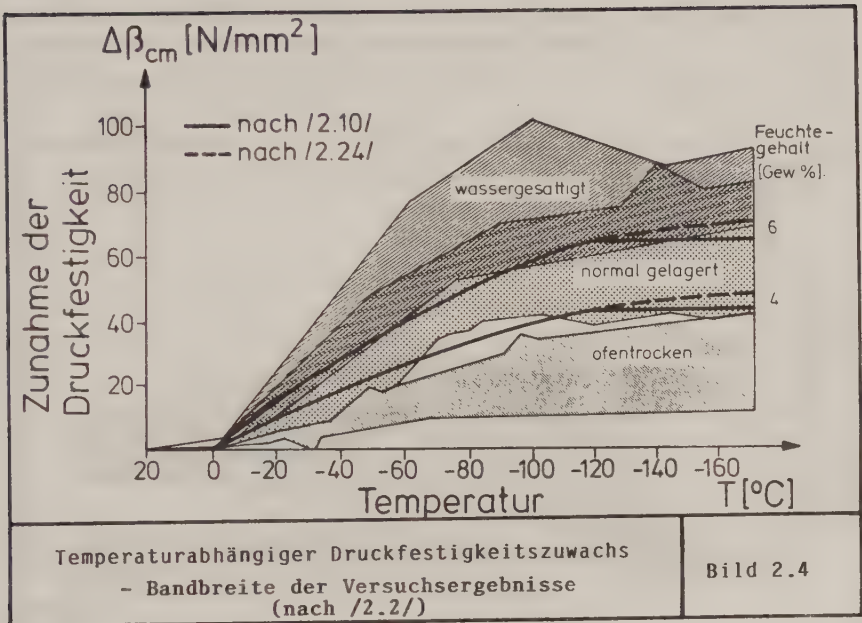
Eine umfassende Literaturlauswertung - vorgenommen von Brown und Bamforth /2.2/ - bezüglich der Zunahme der Druckfestigkeit zeigt, daß der in Abhängigkeit vom Feuchtegehalt erzielbare absolute Festigkeitszuwachs von den Parametern Eigenfestigkeit der Zuschläge, sehr dichter und fester, natürlicher Zuschlag vorausgesetzt, von der Festigkeitsklasse, von Zementart und Wasserzementwert nahezu unabhängig ist. Ebenso übt die Belastungsgeschwindigkeit keinen merklichen Einfluß aus /2.25/. Die Druckverfestigung läßt sich nach Rostásy /2.24/ wie folgt beschreiben ($T \leq 0^\circ \text{C}$):

$$\beta_{\text{cm}}^{\text{TT}} = \beta_{\text{cm}}^{\text{RT}} + \Delta\beta_{\text{cm}} \quad (2.13)$$

$$\Delta\beta_{\text{cm}} = 12 \cdot u_{\text{m}} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{T+1700}{170,0} \right)^2 \right\} \cdot \quad (2.14)$$

In diesen Gleichungen, die mit der Einheit $[\text{MN/m}^2]$ dimensionsgebunden sind, gibt $\beta_{\text{cm}}^{\text{TT}}$ die mittlere Zylinderdruckfestigkeit bei Tieftemperatur und u_{m} die mittlere Betonfeuchte in % an. Für den Bereich baufeuchten, d.h. normalgelagerten Betons kann dabei mit einer Betonfeuchte von ca. 4% - 6% gerechnet werden.

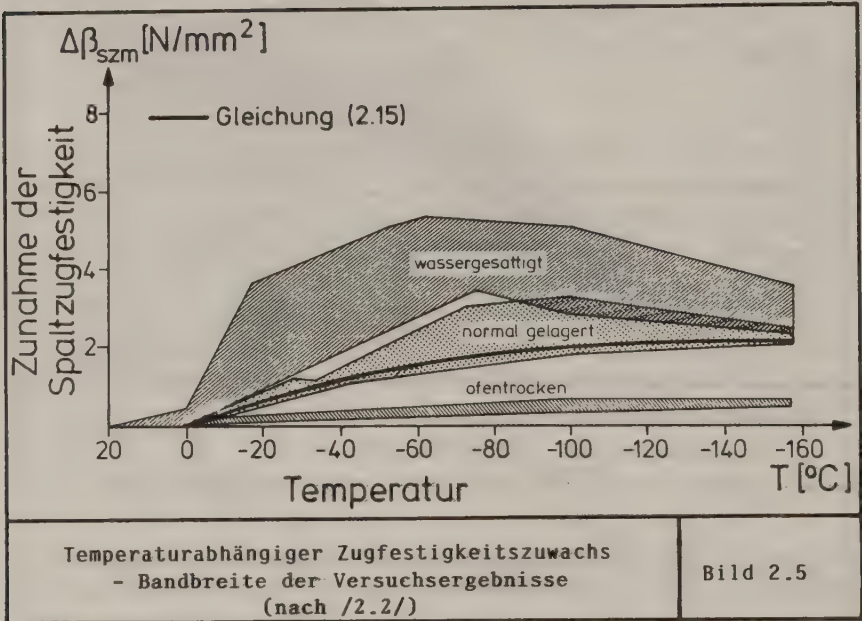
Der Festigkeitszuwachs $\Delta\beta_{\text{cm}}$, quantifiziert durch Gln. (2.14), ist in Bild 2.4 graphisch dargestellt. Ebenso ist ein Ansatz von Goto und Miura /2.10/ eingetragen, der nahezu zu dem gleichen Ergebnis führt. Wegen der über alle Temperaturbereiche kontinuierlichen Formulierung von Gln. (2.14) wird dieser Ansatz weiterverwendet.



Aufgrund der schon bei Raumtemperatur bekannten versuchstechnischen Schwierigkeiten bei der Ermittlung der zentrischen Zugfestigkeit in Zerreiversuchen /2.9/ sind im Tieftemperaturbereich die Ergebnisse von Spaltzugversuchen am besten dokumentiert. Aus z.T. begleitenden Versuchen mit der direkten Methode läßt sich ableiten, daß sich das Verhältnis von Spaltzug- zu zentrischer Zugfestigkeit gegenüber Normaltemperatur kaum ändert.

Bild 2.5 stellt Versuchsergebnisse für den tieftemperaturbedingten Zuwachs an Spaltzugfestigkeit, gewonnen an unterschiedlich vorgelagerten Prüfkörpern, nach Browne und Bamforth /2.2/ dar. Aus den Ergebnissen geht ein dem der Druckfestigkeit ähnliches Temperaturverhalten hervor: der Festigkeitszuwachs ist nahezu unabhängig vom Mischungsverhältnis und vom Wasserzementwert. Der Einfluß des Feuchtegehaltes folgt den von der Druckfestigkeit her bekannten Gesetzmäßigkeiten. Die wesentliche Zunahme der Festigkeit liegt jedoch offensichtlich in anderen Temperaturbereichen als die

der Druckfestigkeit: etwa die Hälfte des Gesamtzuwachses wird bereits bis -30°C erreicht, unterhalb von -70°C nimmt die Spaltzugfestigkeit kaum noch zu, während die Druckfestigkeit noch bis -170°C ansteigt.



Von einigen Autoren wird - wie unter Normaltemperatur üblich - für Beton auf Zug eine Kopplung der Spaltzugfestigkeit an die Druckfestigkeit vorgeschlagen. Eine proportionale Kopplung hat dabei zur Folge, daß die Zugfestigkeit im Temperaturbereich bis -50°C unter- und im Bereich unterhalb von -100°C überschätzt wird. Eine nichtlineare Kopplung - ähnlich der in den Gln. (2.9) bis (2.11) verwendeten - schlagen Goto und Miura /2.10/ vor.

Für den Zuwachs der mittleren Spaltzugfestigkeit $\Delta\beta_{szm}$ für normalgelagerten Beton wird im weiteren von folgender Formulierung ausgegangen ($T \leq 0^{\circ}\text{C}$):

$$\Delta\beta_{szm} = 2,0 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{T + 170,0}{170,0} \right)^3 \right\}. \quad (2.15)$$

Wird nach Wesche /2.31/ der Zusammenhang zwischen zentrischer Zugfestigkeit zu Spaltzugfestigkeit angesetzt zu

$$\Delta\beta_{zm} = 0,85 \cdot \Delta\beta_{szm} , \quad (2.16)$$

so ergibt sich die mittlere zentrische Zugfestigkeit bei Tieftemperatur β_{zm}^{TT} zu

$$\beta_{zm}^{TT} = \beta_{zm}^{RT} + \Delta\beta_{zm} . \quad (2.17)$$

Zu beachten ist, daß Gln. (2.15) mit der Dimension $[MN/m^2]$ behaftet ist. Der Ansatz ist in Bild 2.5 festgehalten.

Die Versuchsergebnisse zeigen für die Spaltzugfestigkeit keine signifikanten Abweichungen von dem bei Normaltemperatur bekannt hohen Variationskoeffizienten, der nach Rostásy /2.24/ zu ungefähr 20% angenommen werden kann. Damit läßt sich bei Annahme eines normalverteilten Zuwachses der Spaltzugfestigkeit der 5% - Fraktilwert der Zugfestigkeit bei Tieftemperatur β_{z1}^{TT} zu

$$\beta_{z1}^{TT} = \beta_{z1}^{RT} + 0,67 \cdot \Delta\beta_{zm} \quad (2.18)$$

und der 95% - Fraktilwert β_{z2}^{TT} zu

$$\beta_{z2}^{TT} = \beta_{z2}^{RT} + 1,33 \cdot \Delta\beta_{zm} \quad (2.19)$$

angeben.

2.4.2 Verformungsverhalten

Die Tendenzen der Änderung des Spannungs-Dehnungsverhaltens des unter Druckbeanspruchung stehenden Betons bei tiefen Temperaturen sind Bild 2.6 zu entnehmen.

Beim wassersatten Beton wächst mit Abnahme der Temperatur bis rd. -80°C nicht nur die Zylinderdruckfestigkeit, sondern auch die ihr zugehörige Dehnung ϵ_0^{TT} an. Ab -80°C verändert sich die $\sigma - \epsilon$ -Linie zunehmend mit der Tendenz zu linearelastisch-sprödem Verhalten, wobei jedoch die Dehnung ϵ_0^{TT} nicht unter den bei Raumtemperatur gemessenen Wert abfällt. Die Formänderungsenergie (Integral über $\sigma(\epsilon)$ bis β_{cm}^{TT}) beträgt stets ein Mehrfaches des Raumtemperaturwertes. Sie ist jedoch, insbesondere ab $T < -90^{\circ}\text{C}$, hauptsächlich elastischer Natur, der plastische Anteil verschwindet.

Der im Normklima 20/65 gelagerte Beton zeigt prinzipiell ein ähnliches Verhalten. Es ist jedoch bei -170°C ein leichtes Abkrümmen von der Hooke'schen Geraden im letzten Beanspruchungsdrittel feststellbar.

Die Dehnung ϵ_0^{TT} unter der Zylinderdruckfestigkeit kann nach Ros-täsy /2.24/ in der Form

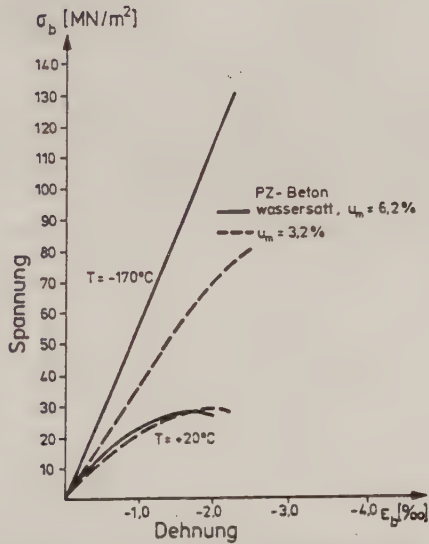
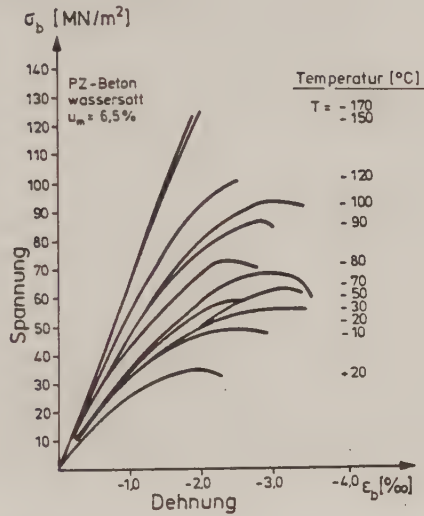
$$\epsilon_0^{TT} = \epsilon_0^{RT} + \Delta\epsilon_0 \quad (2.20)$$

approximiert werden, wobei für den Temperaturbereich $0^{\circ} > T > -60^{\circ}\text{C}$

$$\Delta\epsilon_0 = \left\{ 1 - \left(\frac{T + 60,0}{60,0} \right)^2 \right\} \cdot \Delta\epsilon \quad (2.21)$$

und für $-60^{\circ} > T > -170^{\circ}\text{C}$

$$\Delta\epsilon_0 = \left(\frac{T + 170,0}{170,0} \right) \cdot \Delta\epsilon \quad (2.22)$$



Spannungs-Dehnungs-Linien zentrisch gedrückten Betons (Versuchsergebnisse nach /2.21/)

Bild 2.6

angenommen werden kann. Die Absolutwerte $\Delta \epsilon$ in den Gln. (2.21) und (2.22) führt Rostásy bei HÖZ-Beton zu

$$\Delta \epsilon = -1,5 \text{ ‰} \quad (2.23)$$

und für PZ-Beton zu

$$\Delta \epsilon = -1,0 \text{ ‰} \quad (2.24)$$

ein.

Aus Bild 2.6 wird weiterhin ersichtlich, daß mit sinkender Prüftemperatur und zunehmendem Feuchtegehalt der E-Modul bezogen auf den Ursprung E_b^{TT} ansteigt. Eine analytische Beschreibung dieses Kennwertes kann nach Rostásy und Scheuermann [2.26] erfolgen ($T < 0^\circ \text{ C}$):

$$E_b^{TT} = E_b^{RT} + 4000 \cdot u_m \cdot \left(1 - \frac{T + 170,0}{170,0}\right). \quad (2.25)$$

In dieser Gleichung mit der Dimension $[\text{MN/m}^2]$ sind aus dem vorhergehenden schon bekannte Größen verwendet, so daß auf eine erneute Definition verzichtet werden kann.

2.5 Arbeitslinie bei Tieftemperatur

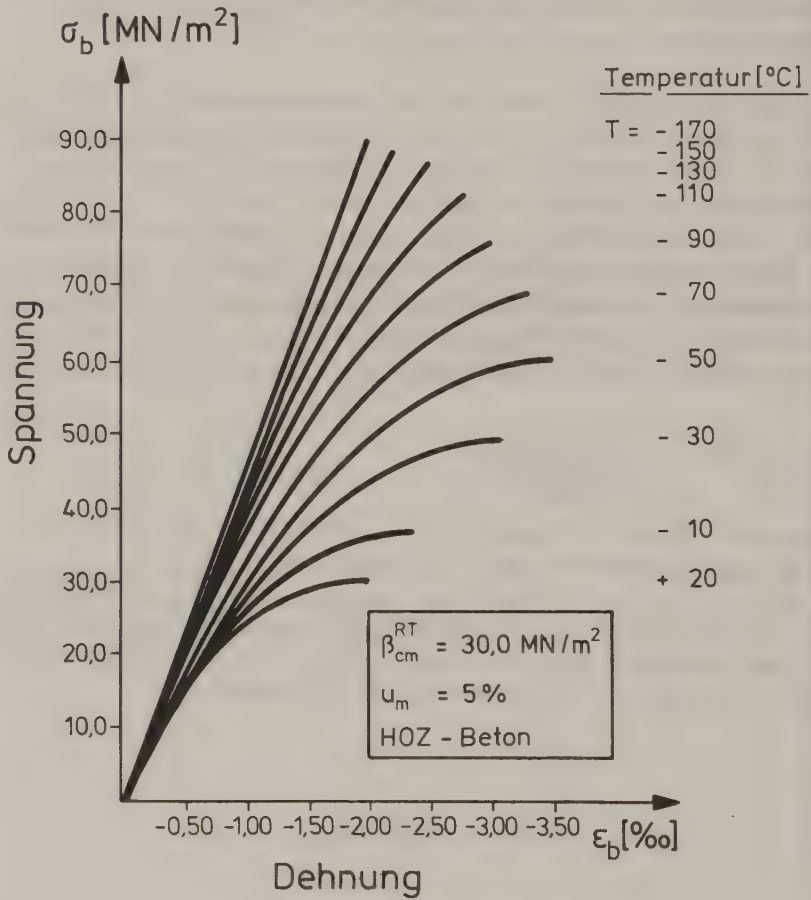
Mit Hilfe der Gln. (2.13) bis (2.25) sind nunmehr alle Kennwerte quantifiziert, die zur analytischen Beschreibung der Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen erforderlich sind.

Für den Druckbereich wird - wie bei Raumtemperatur - eine Formulierung gemäß der Gln. (2.4) bis (2.7) gewählt, wobei hier jedoch die bei Normaltemperatur geltenden Materialwerte durch die bei Tieftemperatur gültigen zu substituieren sind. Die Transformation zum linear-elastischen Verhalten, das mit abnehmender Temperatur zu beobachten ist, geschieht mittels der Hochzahl m , die bei Normaltemperatur den Wert 2 (Parabel) und bei -170°C den Wert 1 (Gerade) annimmt. Für den Zwischenbereich ($0^{\circ} > T > -170^{\circ}\text{C}$) kann nach Rostásy /2.24/ die Hochzahl zu

$$m = 1 + \frac{T + 170,0}{170,0} \quad (2.26)$$

angesetzt werden. Eine exemplarische Auswertung der auf diesen Grundlagen basierenden $\sigma - \epsilon$ -Linien zeigt Bild 2.7.

Für den Zugbereich wird ebenso wie bei Raumtemperatur linearelastisches Verhalten zugrundegelegt. Dabei wird der Elastizitätsmodul dem Anfangsmodul im Druckbereich E_b^{TT} gleichgesetzt.



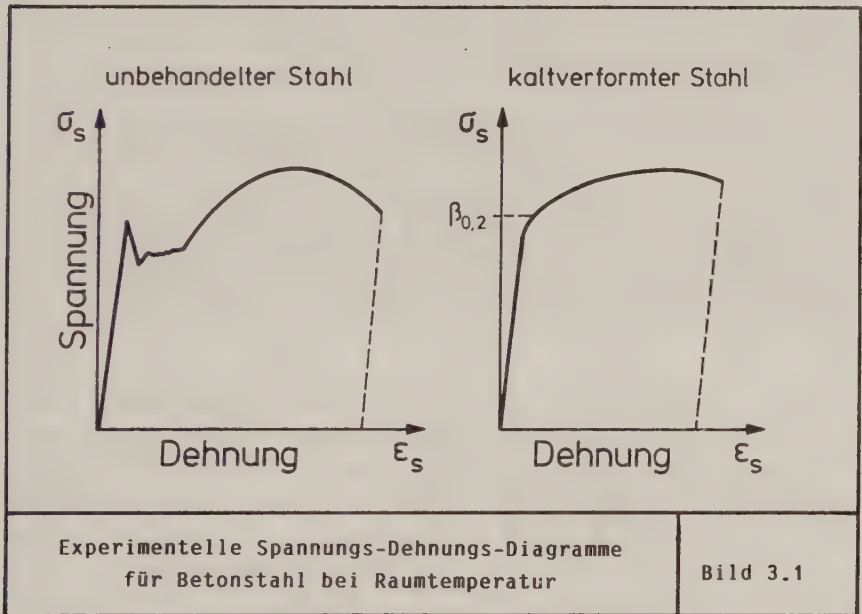
Rechnerische Arbeitslinien zentrisch gedrückten
Betons bei Tieftemperatur

Bild 2.7

3 KONSTITUTIVE BEZIEHUNGEN FÜR STAHL

3.1 Arbeitslinie bei Raumtemperatur

Der Baustoff Stahl läßt sich in seinem Verformungsverhalten durch konstitutive Beziehungen beschreiben, die aus Versuchsergebnissen approximiert werden. Da in Stahlbetontragwerken nur Bewehrungsstäbe verwendet werden, reicht es aus, die Spannungs-Verzerrungs-Formulierung bei einachsiger Beanspruchung zu kennen. Für die meist verwendeten Stahlsorten, unbehandelter sowie kaltverformter Stahl, sind die $\sigma - \epsilon$ - Verläufe qualitativ in Bild 3.1 dargestellt.



Bis kurz von Erreichen der Streckgrenze verhalten sich Betonstähle linear-elastisch. Kaltverformte Stähle weisen im Vergleich mit unbehandelten Stählen keine ausgeprägte Streckgrenze auf. Diese wird deshalb als diejenige Spannung definiert, bei der die Dehnung den Wert 2‰ erreicht.

In der Literatur wird im allgemeinen ein linear-elastisches, ideal-elastoplastisches oder bilineares Verhalten als rechnerische Spannungs-Dehnungs-Beziehung angenommen. Eine - in vielen Fällen jedoch unnötige - genauere Approximation gelingt mit einem von Richard und Abbott /3.4/ formulierten Gesetz, das von Krassin /3.3/ in seiner Arbeit angewendet wird.

Bild 3.3 zeigt die für beide Stahlsorten gewählte ideal-elastoplastische Formulierung, die sowohl für die Zug- wie auch für die Druckbeanspruchung gilt, mit den Eckwerten Streckgrenze β_s^{RT} und Fließdehnung ϵ_f^{RT} . Diese σ - ϵ -Beziehung wird zur Berechnung herangezogen, sofern der Tension-Stiffening-Effekt vernachlässigt wird. Eine modifizierte Form zur Berücksichtigung dieses Faktors wird in Kapitel 5 abgeleitet.

Bei flächenhaft angeordneter Bewehrung, die - wie in Kapitel 7 gezeigt wird - in verschmierter Form als flächenhaftes Kontinuum abgebildet wird, kann das Materialverhalten ähnlich dem von Beton als orthogonal anisotrop beschrieben werden. Es treten jedoch keine Querdehneffekte und Schubeinflüsse auf, so daß für die Elastizitätsmatrix $\underline{E}_{\text{Stahl}}$ unter Verwendung von Sekantenmoduli gilt:

$$\underline{E}_{\text{Stahl}} = \begin{bmatrix} E_{sx}^{RT} & 0 & 0 \\ 0 & E_{sy}^{RT} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

3.2 Arbeitslinie bei Tieftemperatur

Das Verhalten von Beton- und Spannstahl im Tieftemperaturbereich wurde systematisch erstmals von Rostásy et al. /3.5/ eruiert. Danach führen abnehmende Temperaturen zu einer Zunahme der Zugfestigkeit und Streckgrenze aller Stähle. Demgegenüber nehmen jedoch die die plastische Verformbarkeit kennzeichnenden Größen wie Bruchdehnung, Brucheinschnürung und Kerbschlagzähigkeit bei normalen Betonstählen ab. Der Verlust an plastischem Verformungsvermögen wird als Tieftemperaturversprödung bezeichnet.

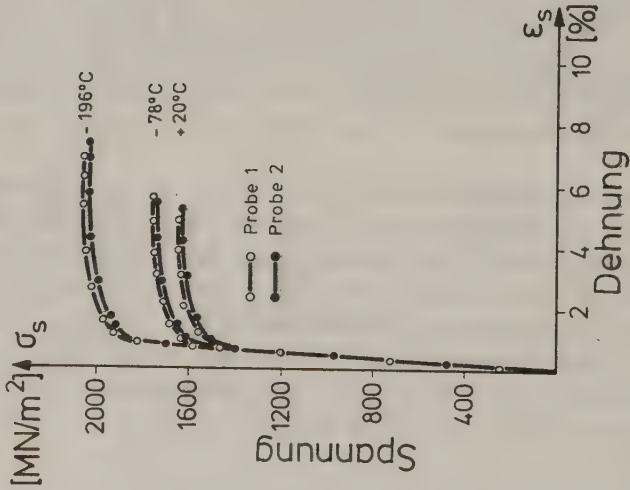
Die Tieftemperaturversprödung führte zu dem, daß übliche Betonstähle bei anstehenden Bauaufgaben nicht verwendet werden durften, und zum anderen zur Entwicklung von Sonderstahl zum Einsatz unter kryogenen Bedingungen. Eine solche Sonderlegierung ist unter dem Markennamen "Krybar" bekannt.

Spannstähle, soweit sie vergütet bzw. gezogen und angelassen sind, ergeben günstigere Resultate mit einer im allgemeinen zufriedenstellenden Duktilität im tiefkalten Bereich (Bild 3.2). Es war daher üblich, Spannstähle mit guten Verbundeigenschaften als Betonstahlbewehrung, d.h. als schlaffe Armierung, einzusetzen.

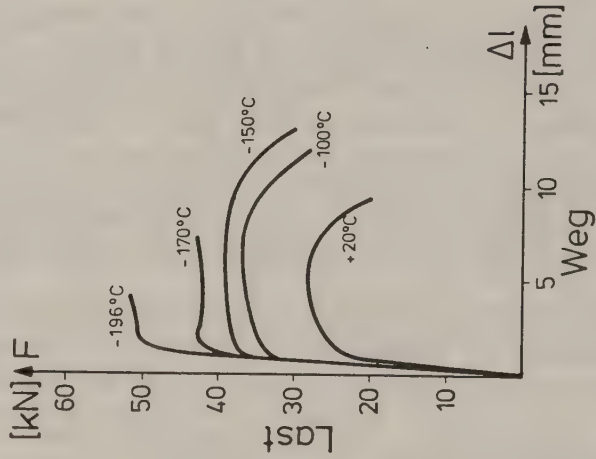
Neuen Untersuchungen von Hartl /3.2/ an handelsüblichen Betonstählen aus Großbritannien, der BRD und Österreich zufolge ist die größte plastische Dehnung unter der Höchstlast und bis zum Reißen der Stäbe unter -100°C bis -150°C wesentlich größer als unter Raumtemperatur. Bei etwa -170°C stellt sich die Größe der plastischen Dehnungen ungefähr bei dem Niveau ein, das auch bei Raumtemperatur erreicht wird. Bei Temperaturen von -196°C treten nur noch größte plastische Dehnungen von ca. 2,3 % auf (Bild 3.2).

Untermauert durch begleitende Versuche an Stahlbetonbalken hält Hartl die Ansicht, daß die Betonstähle und damit die Stahlbetonbauteile völlig verspröden, für eindeutig widerlegt. Die Verformbarkeit der Träger unter sehr tiefen Temperaturen nahm bis auf

Spannstahl nach /3.5/



Betonstahl nach /3.2/



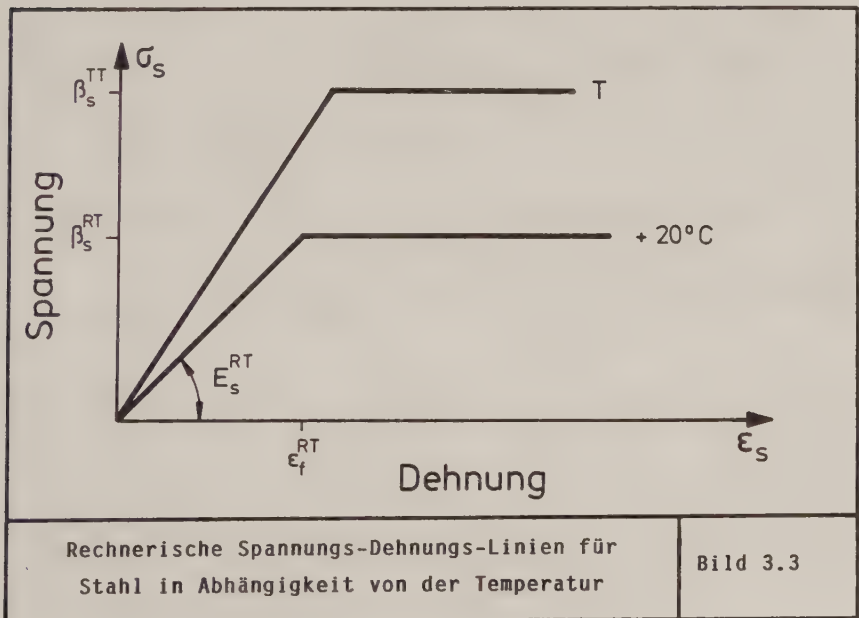
Verformungsverhalten des Stahls als
Funktion der Temperatur

Bild 3.2

ca. 25 % jener bei Normaltemperatur ab, betrug jedoch im ungünstigsten Fall noch immer 1/100 der Stützweite, womit eine deutliche Bruchwarnung als gesichert anzusehen ist.

Auch andere Autoren /3.1/, /3.7/ halten ihrerseits den Einsatz kommerzieller Betonstähle unter kryogenen Bedingungen für vertretbar, sofern - ähnlich wie beim Spannstahl /3.6/ - eine hinreichende Gütesicherung der kryogenen mechanischen Eigenschaften gewährleistet ist.

Für Berechnungen im Tieftemperaturbereich wird für Stahl - gleichgültig, ob es sich hierbei um Spann- oder Betonstahl handelt - eine elastoplastische Formulierung der konstitutiven Beziehung gewählt (Bild 3.3), wobei ein von Rostásy /2.24/ speziell für Betonstahl vorgeschlagener Verfestigungsansatz verwendet wird.



Danach darf für $-170^{\circ} \leq T \leq 0^{\circ} \text{ C}$ eine temperaturlineare Zunahme des E-Moduls E_s^{RT} bei Raumtemperatur um 10 % bis -170° C angenommen werden.

$$E_s^{TT} = E_s^{RT} + \frac{E_s^{RT}}{10} \left(1 - \frac{T+170}{170} \right) \quad (3.2)$$

Weiterhin kann die Zunahme der Streckgrenze wie folgt beschrieben werden:

$$\beta_s^{TT} = \beta_s^{RT} + \Delta\beta_s^T, \quad (3.3)$$

worin β_s^{RT} die Fließgrenze bei Raumtemperatur anzeigt. Über den Zuwachs $\Delta\beta_s^T$ wird - wie beim E-Modul - temperaturlinear verfügt.

$$\Delta\beta_s^T \cong \Delta\beta_s \cdot \left(1 - \frac{T+170}{170} \right) \quad (3.4)$$

Der absolute Zuwachs $\Delta\beta_s$ wird hierin mit der unteren Grenze

$$\Delta\beta_s \cong 300 \text{ MN/m}^2 \quad (3.5)$$

angenommen /2.24/.

4 SELBSTVORSPANNUNG INFOLGE ABKÜHLUNG

4.1 Allgemeines

Generell vorhandene Unterschiede in den Temperatúrausdehnungskoeffizienten von Beton und Bewehrung führen beim armierten Beton zu einem Spannungszustand aus innerem Zwang. Während jedoch bei gewöhnlichen Bemessungsaufgaben diese Beanspruchungen keine Rolle spielen, da die nachzuweisenden Bauteile für vergleichsweise begrenzte Temperaturschwankungen auszulegen sind, müssen diese bei aufgezwungenen Temperaturänderungen bis in den tiefkalten Bereich in einer wirklichkeitsnahen Berechnung Eingang finden.

Im folgenden soll daher zunächst das thermische Dehnverhalten der Komponenten Beton und Stahl beschrieben werden. Dazu werden Formulierungen für die Wärmeausdehnungskoeffizienten aufgestellt, wobei jeweils die technischen Wärmedehnzahlen zur Anwendung gelangen. Während die physikalischen Wärmedehnzahlen $\alpha_{T,phys}$ als Tangentenwerte an die Temperaturdehnkurve gemäß Gln. (4.1) definiert sind, stellen die in der Baupraxis üblicherweise verwendeten technischen Wärmedehnzahlen $\alpha_{T,techn}$ die Sekantenwerte gemäß Gln. (4.2) mit dem Ursprung bei 20° C dar.

$$\alpha_{T,phys} = \frac{d\varepsilon_T}{dT} \quad (4.1)$$

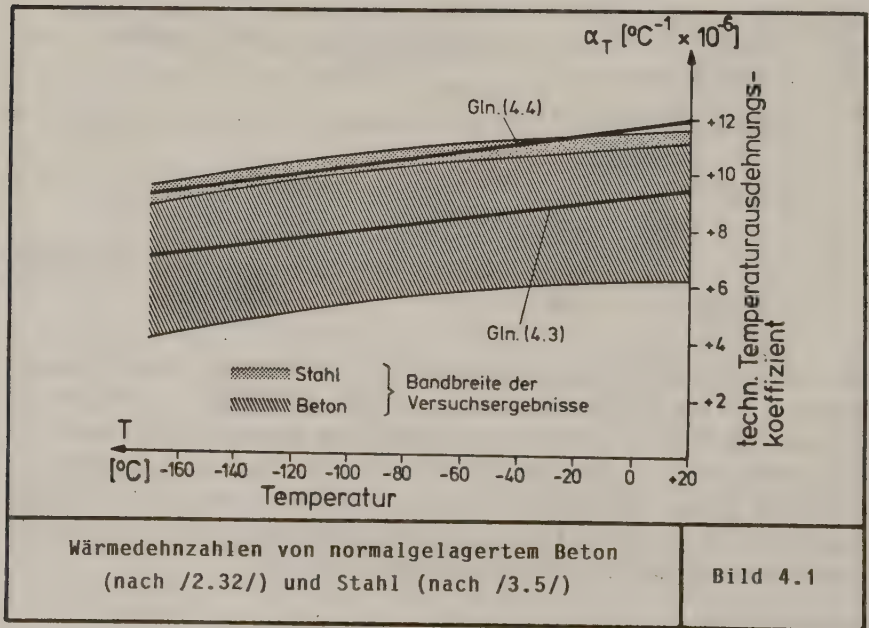
$$\alpha_{T,techn} = \frac{\varepsilon_T}{T - 20^\circ\text{C}} \quad (4.2)$$

Den anschließenden, den Verbundbaustoff betreffenden Betrachtungen liegen - analog zur Vorgehensweise im Spannbetonbau - Querschnitte mit starrem Verbund zugrunde, in denen die Bernoulli-Hypothese Gültigkeit besitzt. Etwaige Störbereiche, in denen die Kompatibilität von Stahl- und Betondehnungen durch Aktivierung von Verbundspannungen herbeigeführt wird, bleiben unberücksichtigt und müssen einer gesonderten Untersuchung zugeführt werden.

4.2 Wärmedehnzahlen normalgelagerten Betons

Die Temperaturdehnzahl α_{TB} des Konglomerats Beton ist von der des Zuschlagstoffes und des Zementsteins ebenso abhängig wie vom Zuschlag- bzw. Zementsteinanteil und vom Feuchtigkeitszustand des Betons und ist daher selbst im Bereich der Raumtemperaturen großen Schwankungsbreiten unterworfen /4.1/. Auch eine Beschränkung auf normalgelagerte Betone führt hier zu keiner signifikanten Limitation der Extremwerte.

Im Tieftemperaturbereich ist die Bandbreite der Wärmeausdehnungskoeffizienten normalgelagerter Betone desgleichen nicht geringer, jedoch scheidet hierbei die bei wassergesättigten Proben zu beobachtende Zwischenexpansion des Probekörpers aus, die durch die Eisbildung hervorgerufen wird /2.32/.



Im weiteren wird - für ingenieurmäßige Berechnungen i.a. völlig ausreichend - vom Mittelwert der Wärmedehnzahl ausgegangen, über den temperaturlinear nach Gln. (4.3) verfügt wird (Bild 4.1).

$$\alpha_{TB} = [9,5 + (2,5 / 190,0) \cdot (T - 20^{\circ}\text{C})] \cdot 10^{-6} \quad (4.3)$$

Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß Abweichungen in der Größenordnung von $\pm 40\%$ möglich sind, so daß im Einzelfall, sofern dies nötig erscheint, Grenzwertbetrachtungen anzustellen sind.

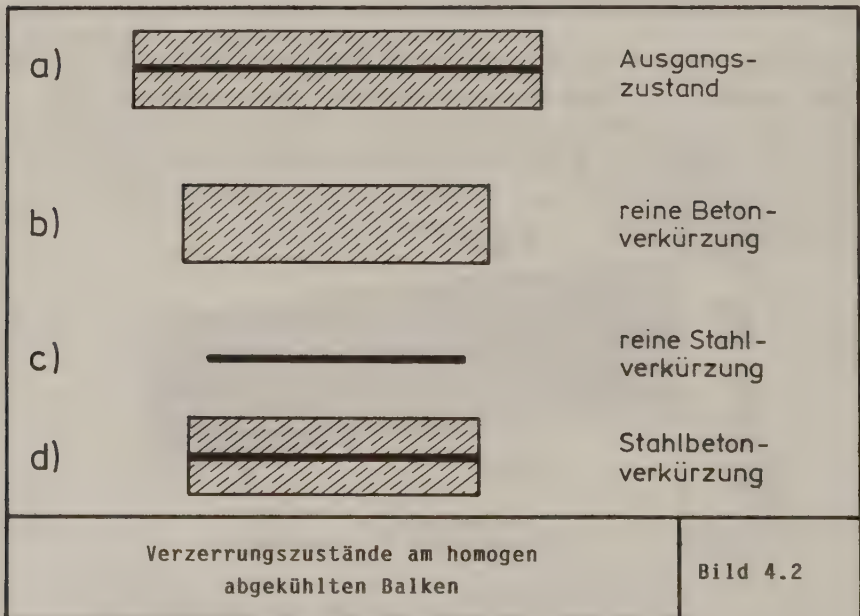
4.3 Wärmedehnzahlen des Stahls

Im Gegensatz zum Beton ist das thermische Dehnverhalten der Armierung, gleich ob es sich um Spannstahl oder Bewehrungsstahl handelt, nur einer sehr geringen Streuung unterworfen /3.5/. Auf der Basis der erneut als zulässig erachteten Mittelwertbildung wird die Temperaturdehnzahl α_{TS} des Stahls über folgende temperaturabhängige Geradengleichung eingeführt (Bild 4.1):

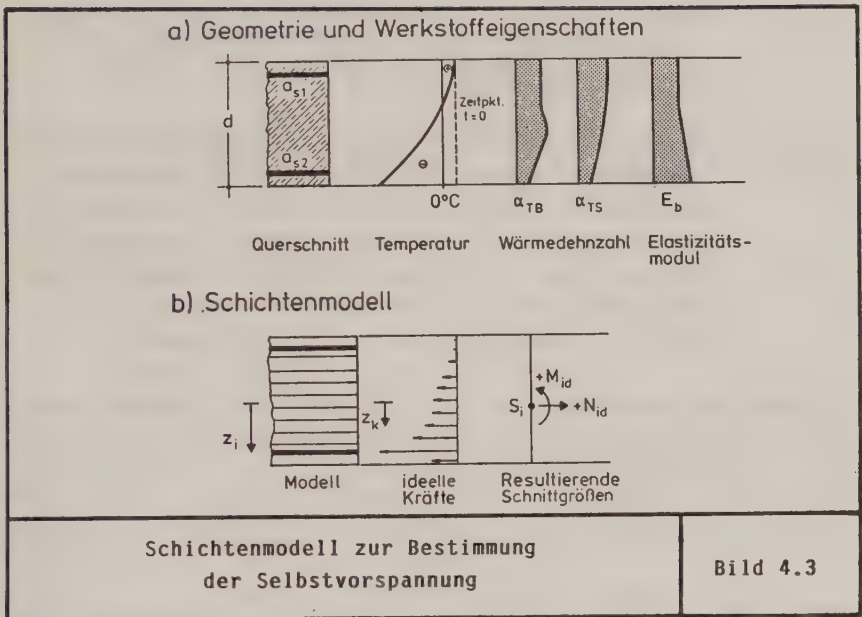
$$\alpha_{TS} = [12,0 + (3,0 / 190,0) \cdot (T - 20^{\circ}\text{C})] \cdot 10^{-6} \quad . \quad (4.4)$$

4.4 Spannungen und Verzerrungen aus innerem Zwang

Zweifellos sind die dominante Ursache für die Spannungen aus innerem Zwang die Differenzen zwischen den Wärmedehnzahlen von Stahl und Beton, die selbst bei homogener Abkühlung eine Selbstvorspannung induzieren. Bei einer solchen Abkühlung würde sich eine unbewehrter, zwängungsfrei gelagerter und gewichtslos gedachter Betonbalken spannungslos und gleichmäßig verkürzen (Bild 4.2b). Die freie Verkürzung eines Stahlstabes bei gleicher Abkühlung sei in Bild 4.2c dargestellt. Aufgrund der Verbundwirkung wird sich ein Stahlbetonbalken auf den in Bild 4.2d gekennzeichneten Verzerrungszustand einstellen, wobei Spannungen im Stahl und Beton auftreten, die Spannungsergebnisse aber zu Null werden.



Bei beliebigem Temperaturgradienten kommen dazu - wenn auch oft von untergeordneter Bedeutung - noch die Anteile infolge der temperaturabhängigen Veränderung der Wärmedehnzahl und des Elastizitätsmoduls über die Querschnittshöhe.



Um die beschriebenen Einflüsse auf die induzierten Spannungen und Verzerrungen allgemein erfassen zu können, wird – im Vorgriff auf Kapitel 7 – das auch für die Anwendung bei physikalisch nichtlinearer Rechnung gewählte Schichtenmodell herangezogen (Bild 4.3). Dabei wird zunächst die aktuelle Größe von E-Modul und Wärmedehnzahl nach der Temperatur im Schwerpunkt einer jeden Schicht bestimmt /4.2/.

Für die weiteren Schritte eröffnen sich nun zwei Pfade, die zu beschreiten möglich sind:

- Zum einen kann in Analogie zur Spannbettvorspannung vorgegangen werden, wobei der in Bild 4.2b dargestellte Verzerrungszustand als ideeller Spannbettzustand anzusehen ist. Als Dekompressionskräfte – in der Wirkungslinie der Stahleinlagen eingetragene, ideale Kräfte, die einen Spannungszustand erzeugen, in dem keine Betonspannungen, wohl aber Stahlspannungen vor-

handen sind /4.3/ - sind dann die Kräfte anzusetzen, die sich aus der Differenz der freien Dehnungen von Stahl und Beton ergeben.

- Zum anderen kann auch direkt vom unverformten Zustand ausgegangen werden. Dann sind ideelle, in der Wirkungslinie der einzelnen Schichten eingetragene Kräfte zu bestimmen, die die freie Verkürzung rückgängig machen und daher im folgenden als Redeformationskräfte bezeichnet werden sollen. Aus rechentechnischen Gründen wird diesem Verfahren der Vorzug gegeben.

Die Redeformationskräfte für einen Streifen mit 1m Breite können für Betonschichten gemäß Gln. (4.5a) und für Stahlschichten gemäß Gln. (4.5b) angegeben werden.

$$Z_{b,k} = -(\alpha_{TB} \cdot t_b \cdot E_b)_k \cdot (T_k - 20^\circ\text{C}) \quad (4.5a)$$

$$Z_{s,i} = -(\alpha_{TS} \cdot t_s \cdot E_s)_i \cdot (T_i - 20^\circ\text{C}) \quad (4.5b)$$

Hierin zeigen die Indices i und k die Lamellennummern, t_b und t_s die Schichtdicken sowie T_k und T_i die Temperaturen im Schichtschwerpunkt nach Abkühlung an.

Um die real nicht existenten Redeformationskräfte wieder zu eliminieren, werden sie mit entgegengesetzten Vorzeichen auf den Verbundquerschnitt aufgebracht. Es ergeben sich dann die auf den Gesamtquerschnitt bezogene Längskraft N_{id} und das Biegemoment

M_{id} .

$$N_{id} = \sum_{k=1}^n Z_{b,k} + \sum_{i=1}^m Z_{s,i} \quad (4.6a)$$

$$M_{id} = \sum_{k=1}^n Z_{b,k} \cdot z_k + \sum_{i=1}^m Z_{s,i} \cdot z_i \quad (4.6b)$$

Mit den ideellen Dehn- und Biegesteifigkeiten

$$(EA)_{id} = \sum_{k=1}^n E_b \cdot t_k + \sum_{i=1}^m E_s \cdot t_i \quad (4.7a)$$

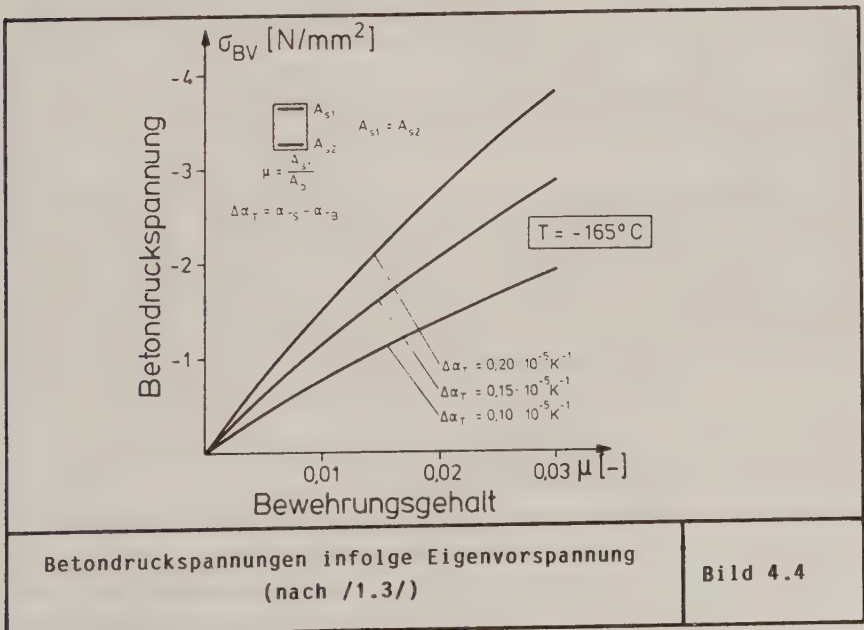
$$(EI)_{id} = \sum_{k=1}^n (E_b \cdot t_k \cdot z_k^2 + t_k^3 / 12) + \sum_{i=1}^m E_s \cdot t_i \cdot z_i^2 \quad (4.7b)$$

lassen sich die Dehnung ϵ_{temp} und die Verkrümmung ω_{temp} aus der Temperaturabkühlung im äußerlich ungezwängten Zustand angeben zu

$$\epsilon_{temp} = \frac{N_{id}}{(EA)_{id}} \quad (4.8a)$$

$$\omega_{temp} = \frac{M_{id}}{(EI)_{id}} \quad (4.8b)$$

Mit der Kenntnis von ϵ_{temp} und ω_{temp} sowie der freien Verkürzung jeder Schicht sind auch die den Dehnungen aus äußerer Last zu superponierenden Verzerrungen aus Selbstvorspannung bekannt und können ins Kalkül miteinbezogen werden.



An dieser Stelle ist es interessant, einen Überblick über die zu erwartenden Betondruckspannungen infolge der Eigenvorspannung eines Stahlbetonelementes zu gewinnen. Für einen symmetrisch bewehrten Querschnitt unter einer Temperatur von -165°C ist in Bild 4.4 der Einfluß unterschiedlicher $\Delta\alpha_T$ ausgewertet worden. Es wird ersichtlich, daß die Druckspannungen die Größenordnung der Betonzugfestigkeit erreichen können, was - verbunden mit der planmäßigen Zugverfestigung von Beton im Bereich tiefer Temperaturen - zu einem nicht unerheblichen Anstieg der rißverursachenden Schnittkräfte führt.

Diese pragmatische Vorgehensweise, die Ursachen des inneren Zwangs im wesentlichen auf das unterschiedliche Temperaturdehnverhalten von Stahl und normalgelagertem Beton zurückzuführen, erhält ihre Berechtigung aus Forschungsergebnissen von Rostásy und Scheuermann /2.26/. Sie bestimmten an symmetrisch bewehrten zylindrischen und prismatischen Betonkörpern die bei Abkühlung sich einstellenden Zwängungen. In den Versuchen wurden die Betongüte, die Lagerungsart, der Stabdurchmesser der Bewehrung und der Bewehrungsgrad als mögliche Einflußparameter eingeführt. Davon erwies sich allein die Feuchte des Betons, insbesondere die durch die Lagerungsbedingung bewirkte Feuchteänderung, als in entscheidendem Maße bestimmend für die Größe der Zwangkräfte.

Es wäre demnach wünschenswert, die Temperatúrausdehnungskoeffizienten des Betons in Abhängigkeit von der Betonfeuchte zu berechnen. Während für die Veränderung der Betonfestigkeit (Gln. (2.14)) und des Betonelastizitätsmoduls (Gln. (2.25)) infolge tiefer Temperaturen derartige Berechnungsgleichungen vorliegen, existiert eine entsprechende Beschreibung für die thermischen Dehnungen noch nicht. Dies zu eruieren ist ebenso erforderlich wie die Klärung der Frage, ob eine Vorbelastung des Beton den sich einstellenden Eigenspannungszustand beeinflusst.

5 TENSION-STIFFENING-KONZEPT BEI ZENTRISCHER ZUGBEANSPRUCHUNG

5.1 Verformungsverhalten eines Stahlbetonzugstabes

De facto auftretende Beanspruchungen eines Stahlbetonzugstabes können auf zweierlei Art und Weise resp. durch Mischung der beiden Grundfälle geweckt werden:

- äußere Lasten
- Zwang .

Zwischen den beiden Fällen gibt es einen grundlegenden Unterschied, aber auch einen Zusammenhang. Letzterer ist bei vorausgesetzter mittiger Beanspruchung das Stoffgesetz des gezogenen und gerissenen Stahlbetonstabes.

Wird der betrachtete Stahlbetonstab durch eine äußere Normalkraft beansprucht, so antwortet er mit einer Verzerrung. Wird z.B. eine durch gleichmäßige Abkühlung initiierte Verkürzung des Stabes vollständig behindert, so ist die Reaktion eine Normalkraft.

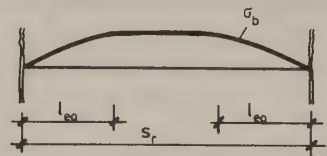
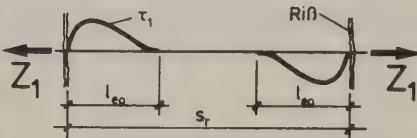
Bei Lastbeanspruchung verhält sich das Zugglied bis zum Auftreten der ersten weit auseinanderliegenden Risse (Einzelrißbildung) linearelastisch. Die Dehnungen im Stahl und Beton sind gleich groß, es herrscht starrer Verbund. Wird die Erstrißkraft erreicht, ergibt sich ein spontaner Zuwachs der Dehnung bei konstanter Last. Im Riß sinkt die Betonspannung auf Null, die gesamte Zugkraft wird vom Stahl aufgenommen. Im Bereich der Einleitungslänge l_{e0} werden über den verschieblichen Verbund Zugspannungen auf den Beton übertragen. Außerhalb der Einleitungslängen kann weiterhin von linearer Elastizität ausgegangen werden (Bild 5.1a).

Wird die äußere Zugkraft sukzessiv erhöht, kommt es über das Stadium der fortgeschrittenen Rißbildung - die Krafteinleitungslängen treffen sich (Bild 5.1b) - zur abgeschlossenen Rißbildung (Bild 5.1c). Dabei sind die Rißabstände so eng, daß der Verbund keine weiteren Risse zu erzeugen vermag. Das Rißbild stabilisiert sich, in den verbleibenden Betonstücken kann die Betonzugfestigkeit

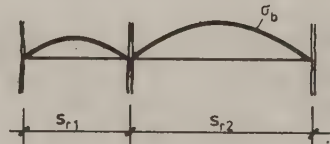
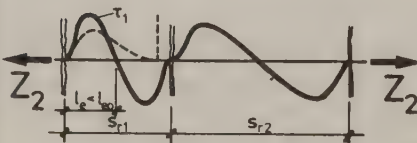
Verbundspannungen

Betonspannungen

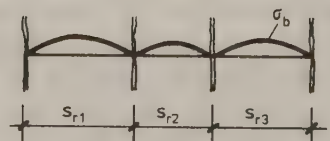
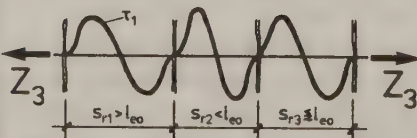
a) Einzelrißbildung



b) fortgeschrittene Rißbildung



c) abgeschlossene Rißbildung



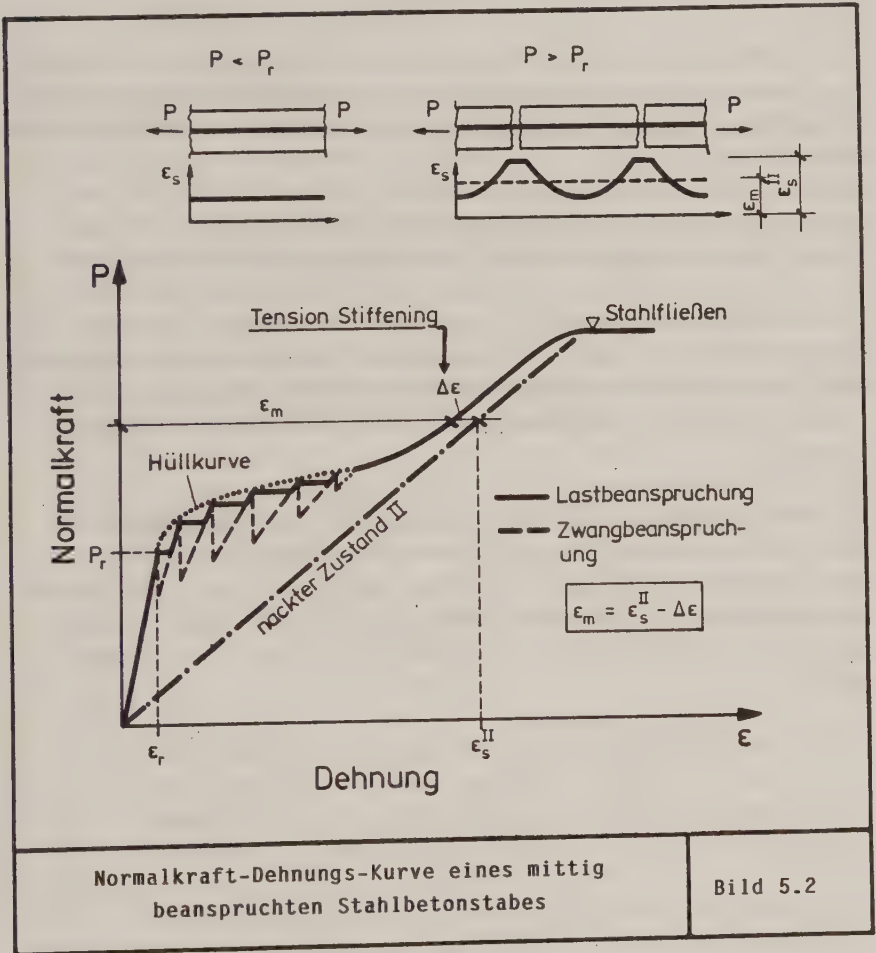
Stadien der Rißbildung

Bild 5.1

nicht mehr erreicht werden.

Bei weiterem Zuwachs der Belastung folgt auf diese stark nicht-lineare Rißbildungsphase ein annähernd lineares Stadium, das auch

als ein elastisch gerissener Zustand betrachtet werden kann; bei elastischen Stahldehnungen führt die aufgebrachte äußere Arbeit lediglich dazu, daß vorhandene Risse sich weiter öffnen. Mit dem Fließen der Stahleinlagen ist das Traglastplateau erreicht, Lasterhöhungen sind nicht mehr möglich.



Den Kraft-Dehnungs-Verlauf des Zuggliedes zeigt Bild 5.2. Nach Überschreiten der Rißkraft P_r stellt sich im Tragglied nicht die

zum reinen Zustand II gehörende Dehnung ϵ_s^{II} ein, sondern eine um das Maß $\Delta\epsilon$ verringerte Dehnung ϵ_m . Die Dehnungsminderung ist darauf zurückzuführen, daß der Beton - wie schon angedeutet - über Verbundspannungen in der Lage ist, zwischen den Rissen gewisse Zugspannungen aufzunehmen. Dieser Mitwirkungsanteil des Betons wird als Tension Stiffening bezeichnet.

Der Rißbildungsprozeß unter Zwangbeanspruchung weist nur geringfügige Abweichungen von dem infolge äußerer Lasteinwirkung auf. Da Zwangbeanspruchungen von der jeweiligen Steifigkeit des Stabes abhängig sind, involviert das Entstehen eines jeden Risses einen Abfall der geweckten Zwangsschnittgröße, auf den bei allmählicher Steigerung der Zwängung eine erneute Zunahme folgt. Das Ergebnis dieses Wechselspiels zwischen Zwangsschnittgröße und Steifigkeit ist ein sägezahn-ähnlicher Verlauf der Verformungskurve (Bild 5.2). Die das Verformungsverhalten des Stabes unter äußerer Last beschreibende Kurve stellt in diesem Fall die obere Einhüllende dar. Bleibt die Zwangsursache monoton wachsend erhalten, ist schließlich auch infolge Zwang ein Fließen der Stahleinlagen einzukalkulieren.

Bei Bewehrungsgraden $\mu > 0,3\%$ verschwinden die Diskrepanzen im Verhalten der beiden Grundfälle mehr und mehr, so daß ein gemeinsames Stoffgesetz für Last und Zwang beim zentrisch zugbeanspruchten Stahlbetonstab angegeben werden kann /5.20/, /5.22/, /5.28/, /5.40/, das analytisch zu beschreiben nachfolgend die Aufgabe sein wird.

5.2 Bestehende Konzeptionen

Die Arbeitsgleichung des ungerissenen Zugstabes kann - auch im Hinblick auf das in Kapitel 7 erläuterte Rechenverfahren - vor- teilhaft aufgestellt werden zu

$$P = [E_b \cdot A_{bn} + E_s \cdot A_s] \cdot \epsilon . \quad (5.1)$$

worin E_b den Elastizitätsmodul des Betons, E_s den des Stahls, A_{bn} die Betonnettoquerschnittsfläche und A_s den Stahlquerschnitt an- gibt /5.1/.

Gleichung (5.1) besagt, daß die Zugkraft P additiv über die Ar- beitsanteile von Beton und Stahl aufgenommen wird.

Nach Überschreiten der Rißlast ($P > P_r$) und dem damit einhergehen- den Verlust an Steifigkeit in Teilbereichen des Zuggliedes sind drei Ansätze möglich, ein vom reinen Zustand II abweichendes, rea- listisches Verformungsverhalten auszudrücken:

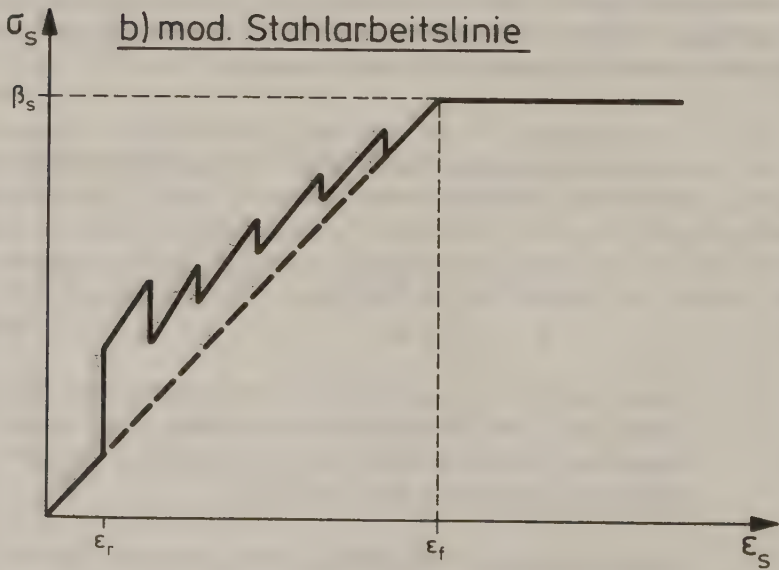
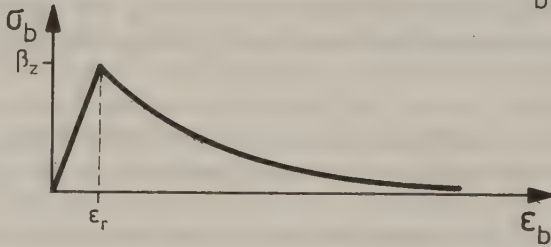
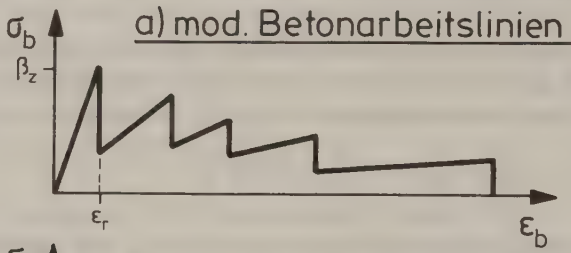
- Die Betonarbeitslinie für den Zugbereich wird nicht mo- difiziert ($E_b = 0$), dafür aber die des Betonstahls, so daß geschrieben werden kann:

$$P = E_{sm} \cdot A_s \cdot \epsilon_m \quad (5.2)$$

$$\epsilon_m = \epsilon_s^{II} - \Delta \epsilon . \quad (5.3)$$

Darin wird mit E_{sm} der modifizierte E-Modul des Stahls bezeichnet. Bei diesem Verfahren werden also die zw- ischen den Rissen im Beton noch aufnehmbaren Zugkräfte dem Stahl zugewiesen (Bild 5.3b).

Gilbert und Warner /5.9/ benutzten aufbauend auf empi- risch ermittelten E_{sm} -Werten diese Vorgehensweise erstmals zur Berechnung von dünnen Stahlbetonplatten. In den Arbeiten von Mang und Floegl /5.6/, /5.7/, /5.8/, /5.18/ wird diese Methodik ebenso aufgegriffen.



Tension-Stiffening-Konzeptionen

Bild 5.3

Ihr Konzept basiert auf der Annahme abschnittsweise konstanter Verbundspannungen und linear veränderlicher Stahl- und Betonspannungen zwischen den Rissen. Es wird ein Faktor eingeführt, mit dem der Stahlelastizitätsmodul multipliziert wird. Als wesentliche Einflußparameter werden dabei der Rißabstand, die Rißrichtung sowie die Rißfortpflanzung im Querschnitt berücksichtigt. Der Faktor wird mit Hilfe lokaler Gleichgewichtsbetrachtungen ermittelt. Der gleichen Vorgehensweise - wenn auch z.T. simplifiziert - bedient sich auch Steffen /5.38/.

Zum Nachteil dieser Modelle gereicht jedoch die Erfassung mannigfacher Faktoren, die Einfluß auf das Verbundverhalten ausüben und oft nicht einmal näherungsweise quantifiziert werden können.

- Im anderen Fall bleibt die Stahlarbeitslinie unverändert, die des Betons auf Zug aber wird modifiziert, so daß Gln. (5.1) durch Gln. (5.4) zu ersetzen ist.

$$P = (E_{bm} \cdot A_{bn} + E_s \cdot A_s) \cdot \epsilon_m \quad (5.4)$$

Darin zeigt E_{bm} den modifizierten Betonelastizitätsmodul an. Bei einem derartigen Vorgehen, das auf eine Arbeit von Scanlon /5.32/ zurückgeht, wird demnach über eine ideelle Zugfestigkeit oberhalb der Rißdehnung ein mittleres Verhalten zu simulieren versucht (Bild 5.3a).

Obwohl einige Veröffentlichungen, z.B. von Carreira und Chu /5.3/, geeignete Versuchsdaten vorlegen, die Aufschluß über den anzusetzenden Verlauf des abfallenden Astes im $\sigma - \epsilon$ -Diagramm geben können, sind in der Vergangenheit vielfältige Kurvenscharen hierfür angenommen worden /5.4/. Einen Überblick über das weite Spektrum dieser Annahmen bietet eine Arbeit von Milford und Schnobrich /5.21/.

- Hegemier et al. /5.12/ entwickeln auf der Basis eines analytisch abgeleiteten 2-Phasen-Modells, das die progressive Rißbildung, den Verbund zwischen Stahl und Beton sowie die nichtlinearen Antworten von Stahl und Beton beinhaltet, durch statistische Anpassung an Versuchsergebnisse ein 1-Phasen-Modell zur Beschreibung des Betonmitwirkungsanteils. Darin wird ein effektiver Sekantenmodul durch Bezug auf einen ideellen Elastizitätsmodul (dort effektiver, auf den Zustand I bezogener E-Modul genannt) definiert, mit dessen Hilfe die Steifigkeitsreduktion repräsentiert wird.

Dieses Verfahren ist wegen des Bezugs auf Kenngrößen des Zustandes I rechentechnisch unvorteilhaft, weswegen es bislang in keiner FEM-Analyse verwendet wurde.

5.3 Strategie bei Raumtemperatur

5.3.1 Formale Ableitung

Einer Forschungsarbeit von Mehlhorn et al. /5.19/ ist zu entnehmen, daß - gerade auch im Hinblick auf die Anwendung bei der Berechnung von Flächentragwerken - eine Tension-Stiffening-Formulierung nur dann die realen Verhältnisse widerspiegeln kann, wenn die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen in das Materialmodell des Stahls aufgenommen wird. Denn nur in diesem Fall übt der Winkel zwischen Bewehrung und Riß keinen erkennbaren Einfluß auf die versteifende Mitwirkung des Betons aus.

Deren Berücksichtigung im Betonwerkstoffmodell kann zu einer beträchtlichen Unterschätzung des Tension-Stiffening-Effektes führen, wenn dieser aus Versuchsergebnissen quantifiziert wird, bei denen die Hauptzugspannung mit der Richtung der Bewehrung zusammenfällt. Werden dagegen auf den Beton bezogene Tension-Stiffening-Kurven aus Versuchsergebnissen gewonnen, bei denen die Risse die Bewehrung unter einem Winkel von 45° kreuzen, und werden diese Ansätze auf Verhältnisse angewandt, bei denen die Richtung der Hauptzugspannung und die Bewehrungsrichtung zusammenfallen, wird die tatsächliche Mitwirkung des Betons stark überschätzt /5.17/.

Angesichts dieser Sachlage wird der äußere Rahmen der modifizierten Stahlarbeitslinien für das weitere Vorgehen für sinnvoll erachtet. Mit deren Hilfe soll also die Betonmitwirkung quantifiziert werden.

Quantitative Angaben zur Dehnungsminderung $\Delta\epsilon$ werden in einer zusammenfassenden Darstellung von Schwennicke /5.37/ sowie in einem von Espion et al. /5.5/ veröffentlichten state-of-the-art-Report gemacht. Auch wird von den letztgenannten Autoren eine vereinfachte, bilineare Beziehung hierfür auf der Basis eigener Versuchsergebnisse entwickelt. Desweiteren stellt Noakowski /5.23/, /5.24/ hierzu Gesetzmäßigkeiten aufgrund eigener Ableitungen bereit.

Darüberhinaus existiert auch für besondere Strukturformen eine

formelmäßige Beschreibung der Versteifungswirkung /5.14/, /5.25/.

Im folgenden wird auf ein von Schober /5.36/ entwickeltes Modell zurückgegriffen, das Schlaich und Schober /5.35/ zur wirklichkeitsnahen Ermittlung der Momente nach der Theorie II. Ordnung bei vertikal aus dem Fundament ausragenden Stahlbetonröhren verwenden und das seine experimentelle Bestätigung in der Arbeit von Hartl /5.11/ findet.

Nach /5.36/ kann das Verformungsverhalten beliebig bewehrter Zugstäbe bei Erst- und Kurzzeitbelastung durch drei, den ungerissenen Zustand, das Stadium der Rißbildung und das Stadium stabilisierter Rißbildung (abgeschlossenes Rißbild) beschreibende Geradenzüge näherungsweise erfaßt werden.

Die Rißbildung beginnt mit dem Erreichen des unteren Wertes der Betonzugfestigkeit β_{z1}^{RT} . Die zugehörige Stahlspannung im Rißquerschnitt beträgt

$$\sigma_{sr1}^{RT} = \frac{\beta_{z1}^{RT}}{\mu} [1 + \mu (n-1)]. \quad (5.5)$$

Mit dem Erreichen des oberen Wertes der Betonzugfestigkeit β_{z2}^{RT} ist das Rißbild abgeschlossen. Entsprechend ist

$$\sigma_{sr2}^{RT} = \frac{\beta_{z2}^{RT}}{\mu}. \quad (5.6)$$

Die Steigung der aus genaueren analytischen Betrachtungen differenzierten Gerade (s.Bild 5.4) im Bereich sukzessiver Rißteilung ist unabhängig von dem Stabdurchmesser der Bewehrung, dem Verbundbereich und der Verbundgüte und wird in erster Linie von der Streubreite der Betonzugfestigkeit bestimmt /5.26/, /5.27/.

Bei abgeschlossenem Rißbild verläuft die Kurve nahezu parallel zum reinen Zustand II. Für die Bestimmung des Betonmitwirkungsanteils wird auf die grundlegenden Gedanken von König /5.15/ zurückgegriffen.

Danach kann bei der Einzelrißbildung unter Raumtemperatur über das Gleichgewicht am herausgeschnittenen Betonteil, an dem die eingeleiteten Verbundspannungen - zusammengefaßt zur Verbundkraft T_u - wieder die Betonspannung β_{zm}^{RT} vom Riß ausgehend aufbauen wollen, die mittlere Betonspannung und damit die mittlere Betondehnung ermittelt werden (Bild 5.4a). Der Betonspannungsverlauf über die Einleitungslänge wird völliger verlaufen als ein Dreieck, weil unmittelbar nach dem Riß die größten Widerstände des Betons zu erwarten sind. Eine Annahme der Völligkeit mit 0,6 ist damit gerechtfertigt. Das Gleichgewicht der herausgeschnittenen Stahleinlage liefert den gesuchten Tension-Stiffening-Anteil zu

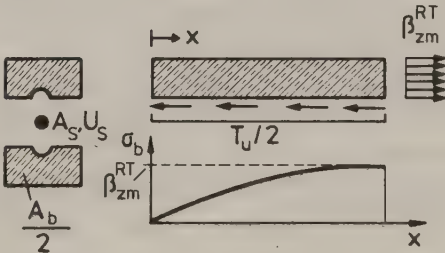
$$\Delta \epsilon_1^{RT} = 0,6 \cdot \frac{\beta_{zm}^{RT}}{\mu \cdot E_s^{RT}} \quad (5.7)$$

Beim Übergang von der fortgeschrittenen zur abgeschlossenen Rißbildung kann der größte Rißabstand aus der Bedingung erhalten werden, daß gerade über diesen halben Rißabstand wiederum die Verbundkraft T zu T_u wird, also entweder gerade oder gerade nicht in der Lage ist, den Beton aufzureißen. Stellen sich demnach beim Prozeß der Rißbildung ausschließlich maximale Rißabstände ein, so gilt weiterhin der schon errechnete Mitwirkungsanteil gemäß Gln. (5.7). Da jedoch die Rißabstände stark streuen, kann über das Verhältnis mittlerer zu maximaler Rißabstand (1/1,7) der Abstand zum reinen Zustand II angegeben werden zu

$$\Delta \epsilon_2^{RT} = 0,35 \cdot \frac{\beta_{zm}^{RT}}{\mu \cdot E_s^{RT}} \quad (5.8)$$

Die Größe der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen ist also bei stabilisiertem Rißbild unabhängig von der Beanspruchungshöhe und wird im wesentlichen von der mittleren Betonzugfestigkeit und dem Bewehrungsgrad bestimmt.

a) Einzelriß



Gleichgewicht $\rightarrow$

$$E_S^{RT} \cdot A_S \cdot \Delta \epsilon_1^{RT} = \sigma_{bm} \cdot A_b$$

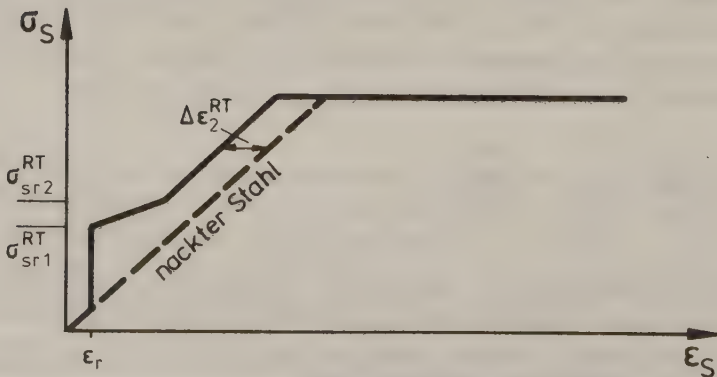
$$\sigma_{bm} \approx 0,6 \cdot \beta_{zm}^{RT}$$

$$\Delta \epsilon_1^{RT} = 0,6 \cdot \frac{\beta_{zm}^{RT}}{\mu \cdot E_S^{RT}}$$

b) abgeschlossenes Rißbild

$$\Delta \epsilon_2^{RT} = \frac{1}{1,7} \cdot \Delta \epsilon_1^{RT} \quad \frac{1}{1,7} \cong \frac{\text{mittl. Rißabstand}}{\text{max. Rißabstand}}$$

$$= 0,35 \cdot \frac{\beta_{zm}^{RT}}{\mu \cdot E_S^{RT}} \quad \mu = \frac{A_S}{A_b}$$



Ableitung modifizierter Stahlarbeitslinien
bei Raumtemperatur

Bild 5.4

5.3.2 Exemplarische Auswertung

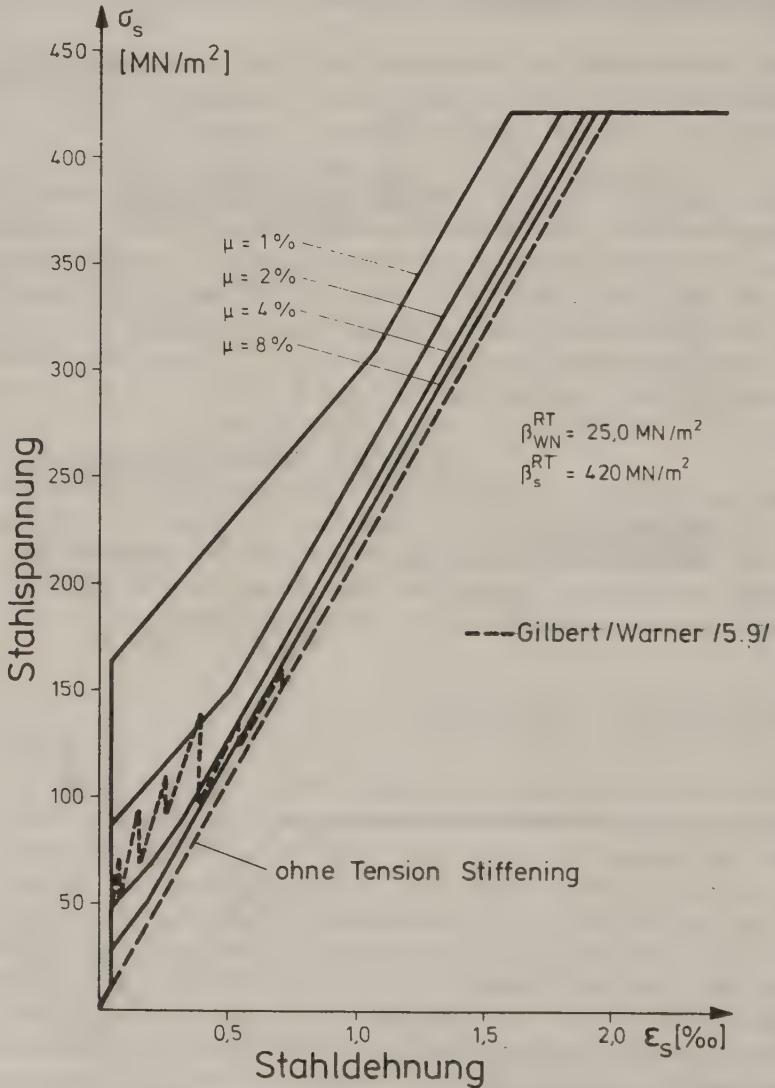
Mit Hilfe der durch die Gleichungen (5.5) bis (5.8) vorgegebenen Eckdaten lassen sich nun die modifizierten Stahlarbeitslinien für den Fall der Erst- und Kurzzeitbelastung konstruieren.

In den Bildern 5.5 bis 5.8 werden die zur Erfassung des Betons auf Zug zwischen den Rissen erarbeiteten modifizierten σ - ϵ -Beziehungen des Stahls im Zugbereich in Abhängigkeit von verschiedenen, über die Gleichungen (2.9) bis (2.11) mit der Würfeldruckfestigkeit des Betons (Nennwert) verbundenen Zugfestigkeiten sowie von verschiedenen Bewehrungsgraden dargestellt. Als Grundform wird die elastoplastische Formulierung für einen Betonstahl mit der Streckgrenze $\beta_s^{RT} = 420 \text{ MN/m}^2$ unverändert beibehalten.

Anhand der ebenfalls in diese Bilder eingearbeiteten Ansätze von Gilbert und Warner /5.9/ ist zu erkennen, daß deren Formulierung erst bei hohen Bewehrungsgraden eine zufriedenstellende Übereinstimmung ergibt, wobei jedoch der Mitwirkungsanteil im Bereich der abgeschlossenen Rißbildung völlig vernachlässigt wird.

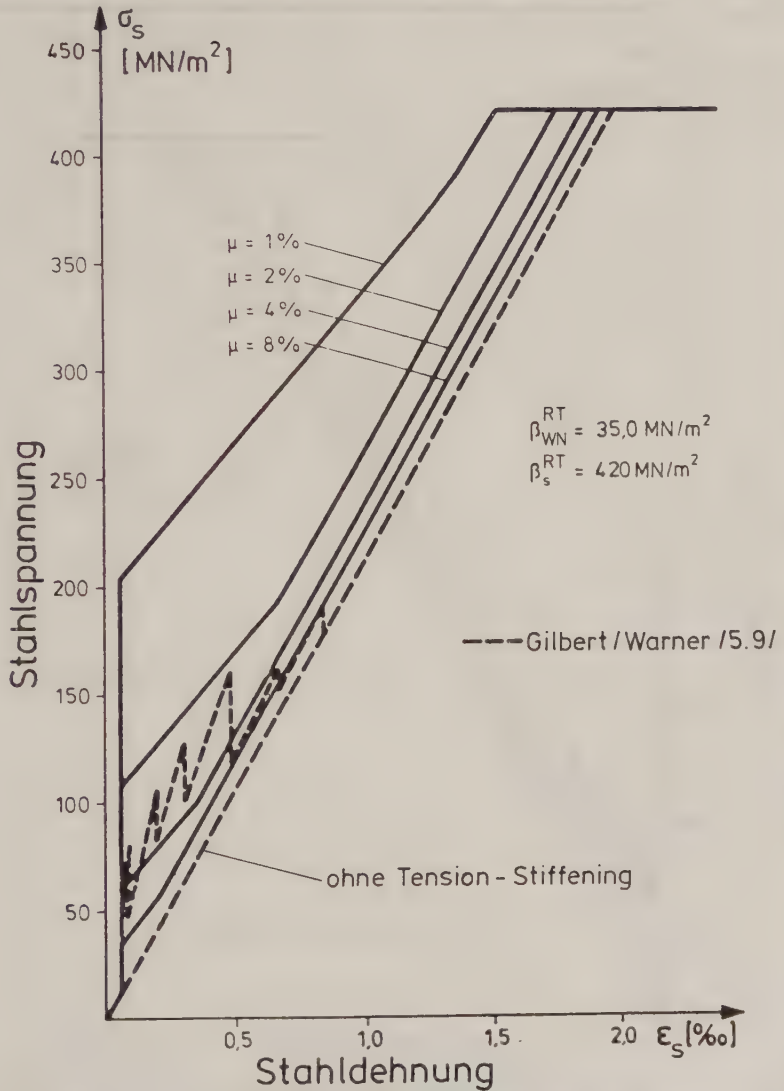
5.3.3 Potentielle Erweiterungen

In den oben aufgeführten Gleichungen ist der Bewehrungsgrad μ als Stahlquerschnitt bezogen auf die effektive Betonzugfläche definiert. Bei dünnen Bauteilen kann diese dem vorhandenen Betonquerschnitt gleichgesetzt werden. Bei dicken Bauteilen kann es u.a. infolge des Einflusses von Eigenspannungen aus instationärer Temperaturverteilung zu einer Vorschädigung und damit zu einer Verringerung der Zugfläche kommen /5.29/, /5.30/. Ebenso wird sich bei dicken Bauteilen eine über den Querschnitt ungleichförmige Zugspannungsverteilung einstellen, die zur Einführung einer wirksamen Betonfläche mit konstantem Verlauf zwingt /5.16/. Abschließende, quantitative Betrachtungen zu diesen Problemfeldern sind derzeit wegen fehlender Versuche nicht möglich.



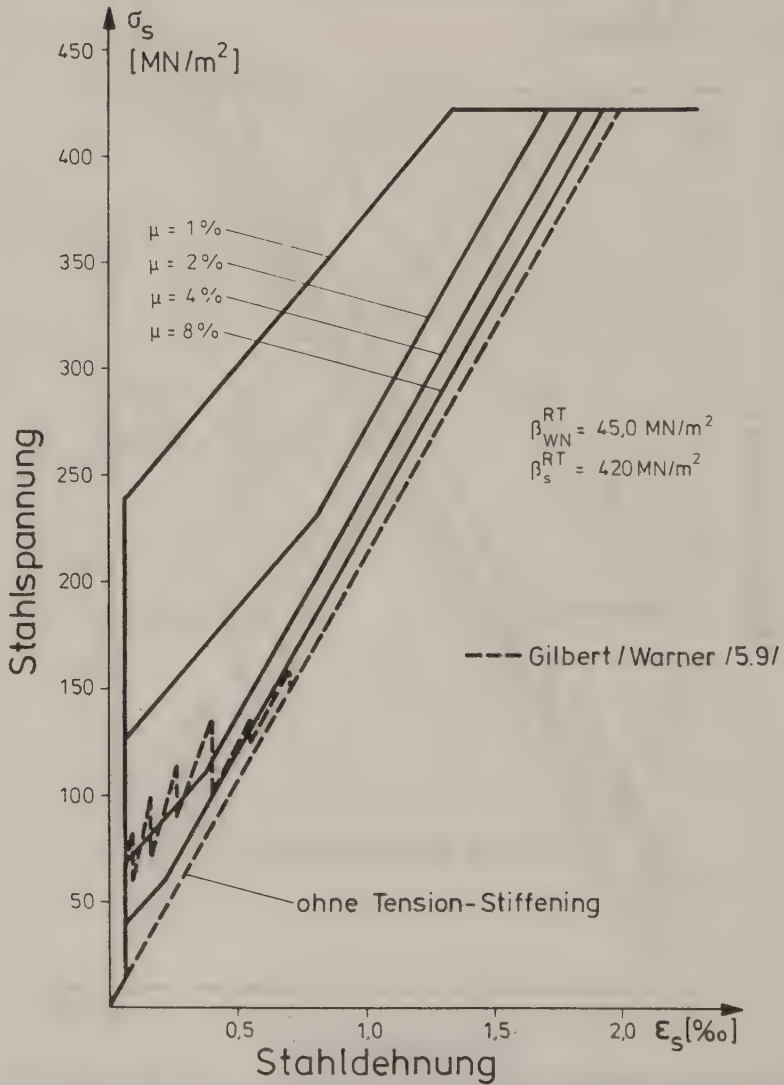
Modifizierte Spannungs-Dehnungslinie
für Raumtemperatur

Bild 5.5



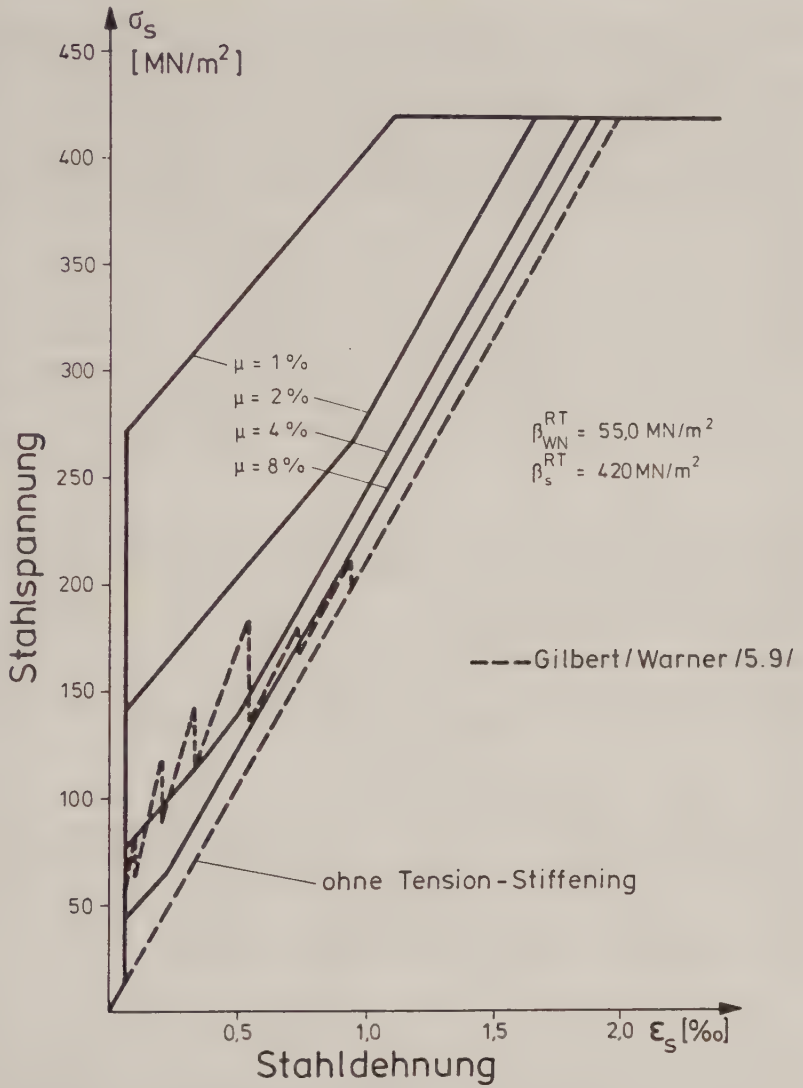
Modifizierte Spannungs-Dehnungslinie
für Raumtemperatur

Bild 5.6



Modifizierte Spannungs-Dehnungslinie
für Raumtemperatur

Bild 5.7



Modifizierte Spannungs-Dehnungslinie
für Raumtemperatur

Bild 5.8

Janovic /5.13/ merkt an, daß die Ermittlung der Dehnsteifigkeit unter Zugrundelegung des Falles "Erstbelastung" für Bauteile, die einer wechselnden Belastung unterliegen, nicht realistisch ist. Die in der ersten Belastungsrichtung vor der Querrippe des Bewehrungsstabes aufgetretene vorwiegend plastische Mörtelverformung hinterläßt dahinter einen Hohlraum mit in etwa der gleichen Ausdehnung. Wird der Stab nun in umgekehrter Richtung belastet, muß dieser Hohlraum zunächst geschlossen werden, bevor die Rippe in der neuen Richtung die Kraft aufnehmen kann. Die Konsequenz dieses Verhaltens ist die Hysterese der Verformungen des zugbeanspruchten einbetonierten Bewehrungsstabes, wobei ein markanter Unterschied in den mittleren Stahldehnungen zwischen dem Lastfall "Erstbelastung" und dem allgemeinen Belastungsfall festzustellen ist.

Janovic schlägt deshalb vor, für beliebige Lastfolgen und eine begrenzte Anzahl der Lastwiederholungen im Gebrauchslastbereich mit einer Reduktion der $\Delta\epsilon$ -Werte um ca. 15% zu rechnen. Schober /5.36/ berücksichtigt diesen Fall durch eine um 30 - 40%-ige Abminderung bei abgeschlossener Rißbildung und eine um 20% verminderte Betonzugfestigkeit im Rißbildungsbereich, falls die maximale Last auf ca. 80% der Erstbelastungslast beschränkt wird.

Detaillierter wird dieses Problem von Shima, Tamai /5.33/ abgehandelt. Sie formulieren empirisch einen für Wechselbelastung, einschließlich Nachfließverhaltens der Bewehrung, anwendbaren Zusammenhang zwischen mittleren Spannungen und Verzerrungen für Beton. Dabei wird die mittlere Betonspannung als über die Anteile Verbundwirkung und Kontakt in Rissen geweckt gedacht.

Da zum einen die Möglichkeit von bereichsweiser Entlastung resp. Wiederbelastung selbst bei monoton steigender äußerer Beanspruchung nicht auszuschließen ist, zum anderen aber bei den numerischen Berechnungen in dieser Arbeit diese Dynamik als vergleichsweise gering einzustufen ist, wird es als gerechtfertigt angesehen, die hysteretische durch eine hyperelastische Relation zu substituieren, d.h., bei Be- und Entlastung wird der gleiche Verformungsweg beschritten.

Der Arbeit von Griebenow /5.10/ kann entnommen werden, daß bei biaxialer Beanspruchung mit einer gegenseitigen Beeinflussung der modifizierten Stahlarbeitslinien zu rechnen ist. Da zum gegenwärtigen Zeitpunkt hinreichende Versuchsergebnisse zu diesem Problemkreis nicht vorliegen, wird für diesen Belastungsfall von der Vereinfachung der gegenseitigen Independenz der uniaxialen Beziehungen Gebrauch gemacht.

5.4 Strategie bei Tieftemperatur

Die direkte Ableitung der das Zugband versteifenden Dehnungsminde-
rung $\Delta\epsilon$ aus Zugversuchen unter Raumtemperatur legt den Gedanken
nahe, auf ebensolche Art und Weise auch für kryogene Temperaturen
den Tension-Stiffening-Effekt zu quantifizieren. Die Schwierigkeit
bei einem derartigen Vorgehen liegt nun zum einen darin, daß bis-
lang nur wenige solcher Versuche durchgeführt wurden (/2.10/,
/5.2/, /5.39/), zum anderen auch darin, daß die wenigen Versuche
nicht die oben aufgeführte Intention zum Ziel hatten.

Um dennoch - die obige Ideenkette zu Ende führend - das im vorher-
gehenden Abschnitt aufgestellte Rüstzeug auch weiterhin verwenden
zu können, wird versucht, durch Anpassung der Gleichungen (5.6)
bis (5.8) an die bei tiefen Temperaturen geänderten Bedingungen
den Mitwirkungsanteil zu skalieren. Mit diesem Konzept wird zwar
das partiell veränderte Verbundverhalten bei sehr niedrigen Tempe-
raturen nicht explizit erfaßt, es wird jedoch angenommen, daß es
global gesehen ohnehin von untergeordneter Bedeutung auf die Be-
tonmitwirkung ist. Neben der Erhöhung der Verbundfestigkeit im
Tieftemperaturbereich allgemein treten bei Temperaturen von unter
- 120° C schon bei geringer Beanspruchung schlagartige Relativver-
schiebungen auf, deren Häufigkeit und Größe von der Beanspru-
chungshöhe und der Betondeckung abhängen /5.31/, /5.34/.

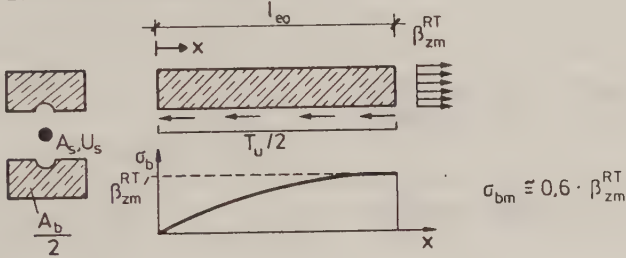
Zunächst soll also die Betonmitwirkung für das abgeschlossene Riß-
bild quantifiziert werden.

Aus der Betrachtung der Einzelrißbildung unter kryogenen Tempera-
turbedingungen wird deutlich, daß der Spannungssprung des Stahls
im Rißquerschnitt beim Übergang vom Zustand I in den Zustand II
unabhängig von einer etwaigen Selbstvorspannung ist. Der Span-
nungssprung, der zur Aktivierung von Verbundspannungen und damit
zur Mitwirkung des Betons führt, ist wie im Raumtemperaturbereich
nur abhängig von der Betonzugfestigkeit und dem Bewehrungsgrad.

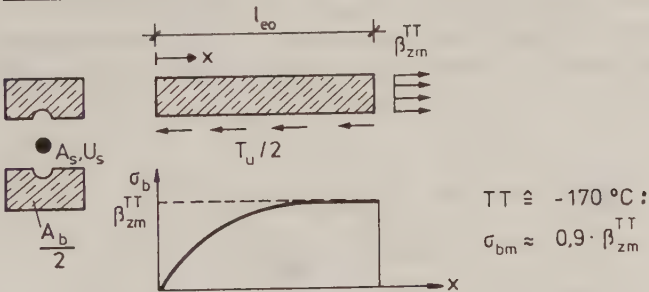
Nach Untersuchungen von Fastabend /1.3/ ist keine signifikante
Verringerung der Einleitungslänge im Tieftemperaturbereich erkenn-

bar, wohl aber, daß die Übertragung der Stahlspannung auf den Beton infolge der Verbundverfestigung erheblich rascher vonstatten geht.

a) Raumtemperatur



b) Tieftemperatur



Betonspannungsverlauf bei Einzelrißbildung

Bild 5.9

Bei einer Temperatur von -170°C kann daher die Völligkeit des Betonspannungsverlaufs mit etwa 0,9 angenommen werden (Bild 5.9b). Wird - ebenfalls nach Fastabend /1.3/ - das Verhältnis mittlerer Rißabstand zu maximaler Rißabstand von $1/1,7$ beibehalten, so ergibt sich der bei stabilisiertem Rißbild geltende Betonmitwirkungsanteil in Analogie zur Gln. (5.8) zu

$$\begin{aligned}\Delta \epsilon_2^{\text{TT}} &= \frac{0,9}{1,7} \cdot \frac{\beta_{zm}^{\text{TT}}}{\mu \cdot E_s^{\text{TT}}} & \text{TT} &\cong -170^{\circ}\text{C} \\ &= 0,55 \cdot \frac{\beta_{zm}^{\text{TT}}}{\mu \cdot E_s^{\text{TT}}} .\end{aligned}\quad (5.9)$$

Da die Verbundverfestigung unmittelbar an die Erhöhung der Druckfestigkeit gekoppelt ist, kann die Betonmitwirkung, um einen fließenden Übergang vom Raumtemperatur - zum Tieftemperaturbereich sicherzustellen, allgemein unter Zuhilfenahme von Gln. (2.14) quantifiziert werden zu ($T \leq 0^{\circ}\text{C}$)

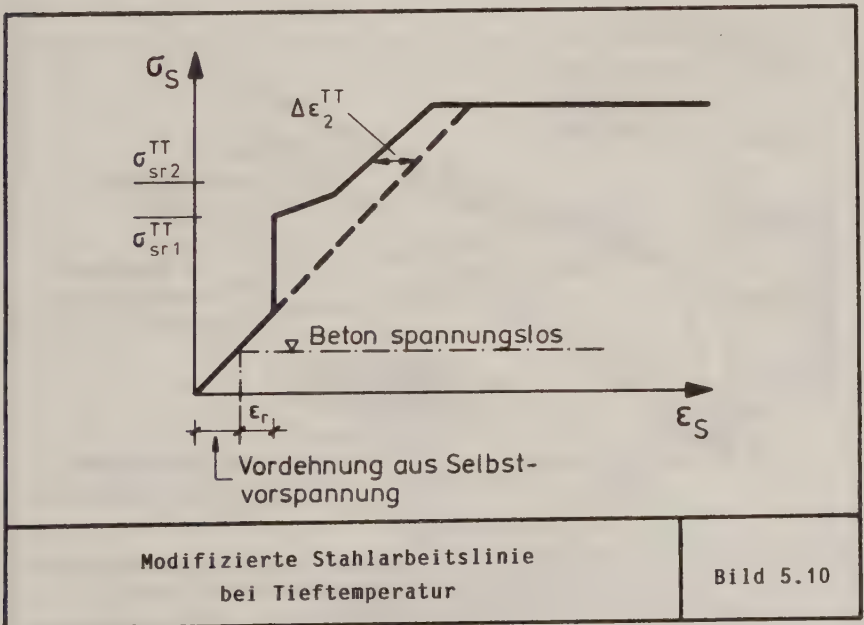
$$\Delta \epsilon_2^{\text{TT}} = 0,35 \cdot \frac{\beta_{zm}^{\text{TT}}}{\mu \cdot E_s^{\text{TT}}} + \Delta \Delta \epsilon_2^{\text{TT}} \quad (5.10)$$

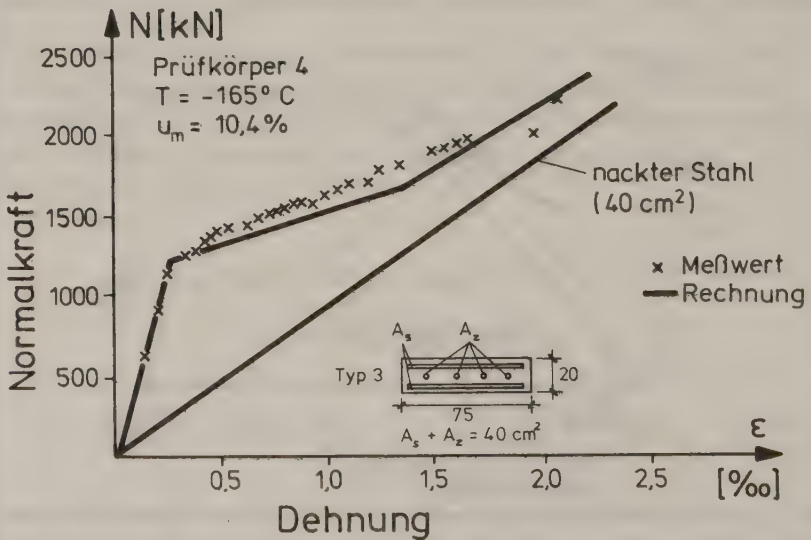
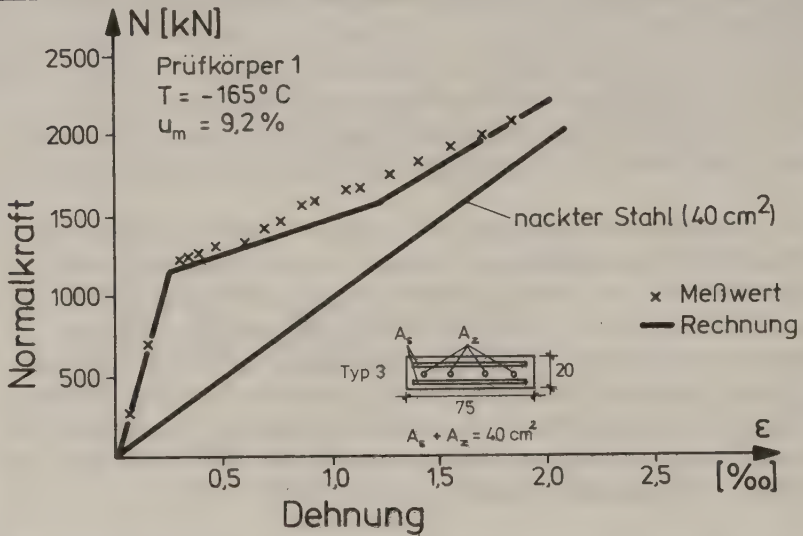
$$\Delta \Delta \epsilon_2^{\text{TT}} = 0,2 \cdot \frac{\beta_{zm}^{\text{TT}}}{\mu \cdot E_s^{\text{TT}}} \left\{ 1 - \left(\frac{T + 170,0}{170,0} \right)^2 \right\} . \quad (5.11)$$

Dieser Mitwirkungsanteil, der hier mechanisch konsistent abgeleitet wurde, kann auch über eigens definierte ideelle Zugfestigkeiten bestimmt werden, wie dies von Welsch /5.39/ ausgeführt wurde. Die Ergebnisse in Bezug auf die Betonmitwirkung sind zwar gleich, das Verfahren von Welsch ist jedoch mechanisch nicht schlüssig.

Werden nun desweiteren - zur Erfassung des Bereichs der sukzessiven Rißteilung - in den Gln. (5.5) und (5.6) die Druckspannung aus Selbstvorspannung sowie die Betonzugfestigkeit β_{zi}^{TT} ($i = 1,2$) bei der Ermittlung der Stahlspannungen im Riß eingearbeitet, so stehen die notwendigen Eckdaten zur Quantifizierung des Tension-Stiffening-Effektes bei kryogenen Temperaturen zur Verfügung.

Es soll nun noch der Vollständigkeit halber erwähnt werden, daß wegen des Selbstvorspannungseffektes wie beim Spannbeton auch als Bezugsniveau für den Betonmitwirkungsanteil selbstverständlich der Zustand zu wählen ist, in dem der Beton spannungslos ist. Beim Spannbeton wird dieser Zustand als Dekompressionszustand bezeichnet. Im vorliegenden Fall kann dieser Zustand mit Hilfe der aus dem Kapitel 4 dieser Arbeit errechneten Vordehnung aus Selbstvorspannung festgelegt werden (Verzerrungszustand nach Bild 4.2). Das prinzipielle Vorgehen diesbezüglich zeigt Bild 5.10.



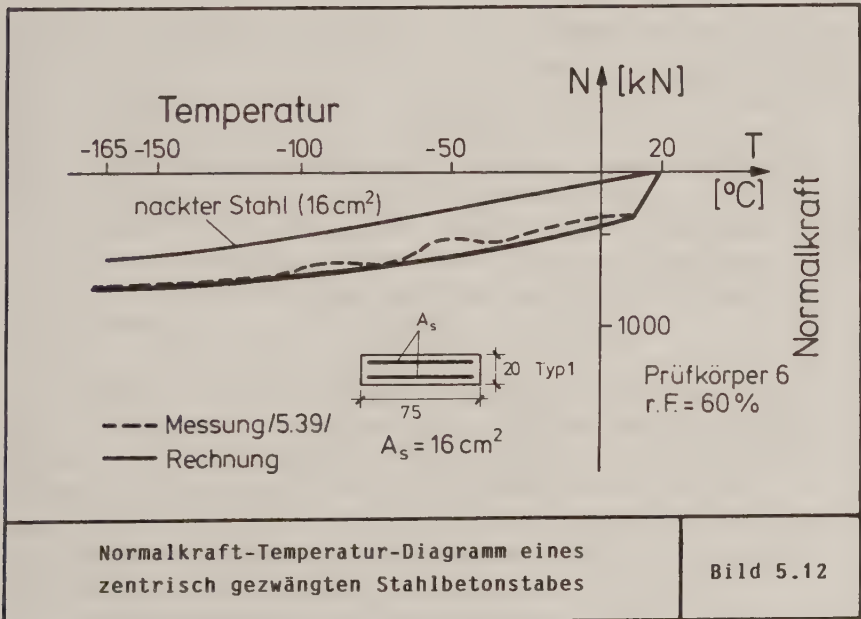


Normalkraft-Dehnungs-Diagramme
 zentrisch gezogener Stahlbetonstäbe

Bild 5.11

Im Bild 5.11 ist die auf diesem Vorgehen basierende Nachrechnung zweier Zugversuche dargestellt, die von Welsch /5.39/ bei einer über den Querschnitt konstanten Temperatur von $T = -165^{\circ}\text{C}$ kraftgesteuert gefahren wurden. Die Welsch' schen Prüfkörper mit den Abmessungen $b/d/l = 75/20/340\text{ cm}$ sind in Längsrichtung mit $16\ \phi 16$ St 1325/1470 symmetrisch schlaff bewehrt. 4 Spannstähle $\phi 16$ werden in der Prüfkörpermittelfläche zur Vorspannung benutzt, wobei eine Vorspannkraft von in Summe 300 kN aufgebracht wird.

Im Bild 5.12 ist die Nachrechnung eines Versuches von Welsch /5.39/ graphisch aufgetragen, bei dem die Entwicklung des zentrischen Temperaturzwanges bei vollständig behinderter Verformung untersucht wurde. Der Prüfkörper, mit den gleichen Abmessungen wie die oben aufgeführten versehen, ist in Längsrichtung mit $8\ \phi 16$ St 1325/1470 symmetrisch schlaff bewehrt. Die Abkühlung von $T = +20^{\circ}\text{C}$ auf $T = -165^{\circ}\text{C}$ erfolgte mit einer Geschwindigkeit von im Mittel 4.4°C/h sehr langsam.



Die Güte der Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung läßt schlußfolgern, daß die obige Näherung hinreichend genau die Kraft-Verformungs-Charakteristik eines mittig beanspruchten Stahlbetonstabes im Tieftemperaturbereich wiederzugeben vermag. Zudem erlauben es die einfachen Beziehungen, die Folgen einer Fehleinschätzung der Betonzugfestigkeit durch Grenzbetrachtungen rasch zu überprüfen.

6 TENSION-STIFFENING-KONZEPT BEI BIEGEBEANSPRUCHUNG

6.1 Strategie bei Raumtemperatur

6.1.1 Rißbildung unbewehrter Betonkörper

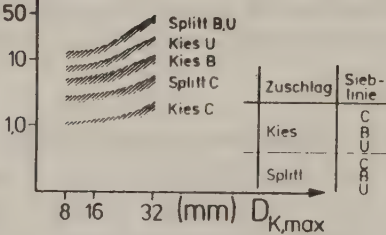
Für das Auftreten von Rissen in unbewehrten Betonkörpern ist bei einem Spannungsfeld mit exzentrischem Zug das Erreichen der Betonbiegezugfestigkeit an der Oberfläche maßgebend. Es ist nun bekannt, daß die Betonbiegezugfestigkeit mit steigendem Spannungsgradienten anwächst und somit keine Materialkonstante im klassischen Sinn darstellt. Für eine annähernd konstante Verteilung der Spannungen über den Querschnitt ergibt sich demnach die Biegezugfestigkeit in der Größenordnung der zentrischen Zugfestigkeit. Um die Rißbildung exzentrisch zugbeanspruchten Betons in Abhängigkeit von dieser Materialkonstanten beschreiben zu können, wurden in den letzten Jahren diesbezüglich zahlreiche Forschungsaktivitäten entwickelt.

Nach ersten Versuchen und bruchmechanischen Überlegungen wurde die These aufgestellt, daß das Reißen dann einsetzt, wenn sich in einer repräsentativen Volumeneinheit RVE eine mittlere Zugspannung gleich der zentrischen Betonzugfestigkeit aufbaut /6.4/, /6.5/. Innerhalb dieser die Heterogenität des Betons beschreibenden Struktureinheit findet eine Plastifizierung durch Mikrorißbildung, vor allem entlang der Haftzonen zwischen Zuschlag und Zementstein, statt. Das repräsentative Betonvolumen RVE ist als Würfel vorstellbar, dessen Kantenlänge etwa das Zweieinhalbfache des Größtkorndurchmessers $D_{k,max}$ des Zuschlags beträgt.

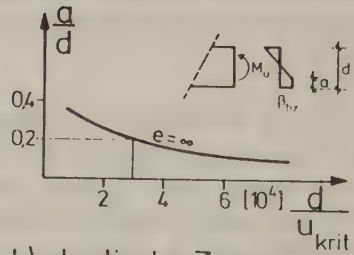
Diese hypothetische Aussage bedeutet zum einen, daß alle Eigenschaften des Betons, wie Sieblinie, Konsistenz und Art der Zuschlagkörner, im Kraft-Verformungs-Zusammenhang des zentrischen Zugversuchs mittels des Größtkorndurchmessers des Zuschlags ausreichend repräsentiert sind, und zum anderen, daß die Biegezugfestigkeit nichts anderes als eine durch die Gradientenwirkung erhöhte zentrische Zugfestigkeit darstellt.

Neuere Untersuchungen von König et al. /6.6/ bestätigen die tendenzielle Richtigkeit dieser Hypothese. Sie zeigten jedoch auch, daß das Anwachsen der vermeintlichen Biegezugfestigkeit gegenüber der zentrischen Zugfestigkeit nicht nur von $D_{k,max}$, sondern auch ganz entscheidend von der Art der Zuschlagkörner (Rauigkeit der Oberfläche) und dem Gewichtsanteil der Größtkorngruppe am Zuschlaggemisch abhängig ist. Zur quantitativen Beschreibung des Plastifizierungsvermögens von Beton führen die Verfasser eine Materialkonstante u_{krit} ein, von der die Höhe der plastischen Zone und damit die Kantenlänge der RVE abhängt.

u_{krit} (μm)



a) u_{krit} als Materialkonstante



b) plastische Zone a

Plastifizierungsvermögen von Beton
(nach /6.6/)

Bild 6.1

Die Auswertung mannigfacher Versuche ergab, daß bei Sieblinie C kaum ein Plastifizierungsvermögen vorhanden ist, es bei Sieblinie B und U sowie bei rauhem Zuschlagkorn dagegen ausgeprägt ist (Bild 6.1a). Die praktische Anwendung kann mit Hilfe des Bildes 6.1b erfolgen, worin die auf die Querschnittshöhe bezogene plastische Zone in Abhängigkeit des Verhältnisses d/u_{krit} zur Verfügung gestellt wird.

Resümierend bleibt danach festzuhalten, daß bei unbewehrten Betonkörpern und exzentrischer Zugbeanspruchung zwei Bedingungen für das Auftreten von Rissen einzuhalten sind:

- Die Höhe der Zugzone muß größer sein als die Höhe der plastischen Zone.
- Die in der plastischen Zone vorhandene mittlere Zugspannung muß größer sein als die zentrische Zugfestigkeit des Betons.

6.1.2 Rißbildung bewehrter Betonkörper

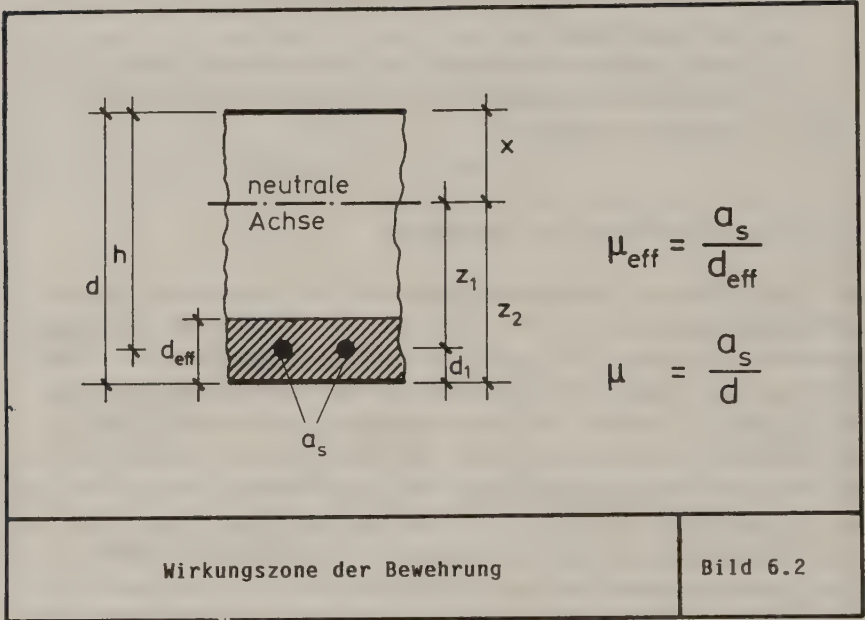
Soll zum einen das im vorhergehenden Kapitel aufgezeigte Tension-Stiffening-Konzept bei reinem Zug auch bei Biegebeanspruchung aufrechterhalten werden und sollen zum anderen die Erkenntnisse bei der Rißbildung unbewehrter Betonkörper auch bei bewehrten Anwendungen finden, so wird es erforderlich, einen ideellen Zugstab in die Zugzone einzuschreiben, d.h. eine äquivalente Wirkungszone der Bewehrung bei einer Biegezugzone mit ungleichmäßig verteilten Zugspannungen einzuführen /4.3/. Es ist demnach anstelle der Höhe der plastischen Zone beim unbewehrten Beton eine effektive Höhe d_{eff} zu definieren, innerhalb derer eine konstante Zugspannungsverteilung angenommen werden kann. Ist diese größer als die zentrische Betonzugfestigkeit, so stellen sich Risse ein.

Mang et al. /6.9/ versuchen auf einem anderen Weg, den Beginn der Rißbildung zu verifizieren. Danach setzt die Rißbildung ein, wenn die Randzugspannung die Biegezugfestigkeit überschreitet. Diese wird dabei jedoch in Abhängigkeit des an der betreffenden Stelle herrschenden Spannungsgradienten über die mit einem Vergrößerungsfaktor versehene zentrische Zugfestigkeit quantifiziert. Dieses erscheint als umständlicher Umweg, so daß von diesem Verfahren Abstand genommen wird.

Bažant und Oh /6.1/ sowie Oh und Kang /6.11/ finden in ihrer sowohl auf das Energiekriterium der Bruchmechanik als auch auf das Festigkeitskriterium fußenden Rißtheorie folgenden Ausdruck für

die effektive Höhe d_{eff} (Bild 6.2):

$$d_{\text{eff}} = z_2^3 / (3 \cdot z_1^2). \quad (6.1)$$



Hierin wurde d_{eff} unter der Bedingung abgeleitet, daß die Dehnungsenergie des Betons unterhalb der neutralen Achse gleich der in der Wirkungszone ist, wobei die Dehnungsverteilung als konstant mit der Größe der aktuellen Stahldehnung angesehen wird.

Nach Kupfer und Streit /6.8/ zeigen durchgeführte Grenzzustandsbetrachtungen, daß bei Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitten die effektive Betonzugfläche etwa einem Drittel der Bauteilhöhe d gleichgesetzt werden kann.

Wegen der Komplexität des Problems - die große Anzahl der in der Rißtheorie zu berücksichtigenden Parameter unterliegt signifikanten Streuungen - sollte jedoch eine Aussage im Sinne der Probabi-

listik angestrebt werden. Martin et al. /6.10/ werteten eine Vielzahl von Versuchen im Hinblick auf die in den Gleichungen (6.2) und (6.3) formulierten Beziehungen für die äquivalente Höhe statistisch aus.

$$d_{\text{eff}} = 2 \cdot (d - h) \quad (6.2)$$

$$d_{\text{eff}} = c + (n_L - 1) \cdot s_L + 8 \cdot d_s \quad (6.3)$$

In Gln. (6.3) gibt n_L die Anzahl der Bewehrungslagen, s_L den Lagenabstand sowie c die Betondeckung an.

Sie stellten fest, daß durch die Verwendung der auf den Stahldurchmesser d_s bezogenen Formulierung (6.3) anstelle von (6.2) bei der Regressionsanalyse eine Verbesserung der Werte für Korrelationskoeffizient und Versuchsstreuung zu erzielen ist. Es bleibt jedoch bei Betrachtung der Regressionsgeraden unverkennbar, daß auch die Gln. (6.2) zu einer den Umständen entsprechenden Übereinstimmung von Rechnung und Versuch führt.

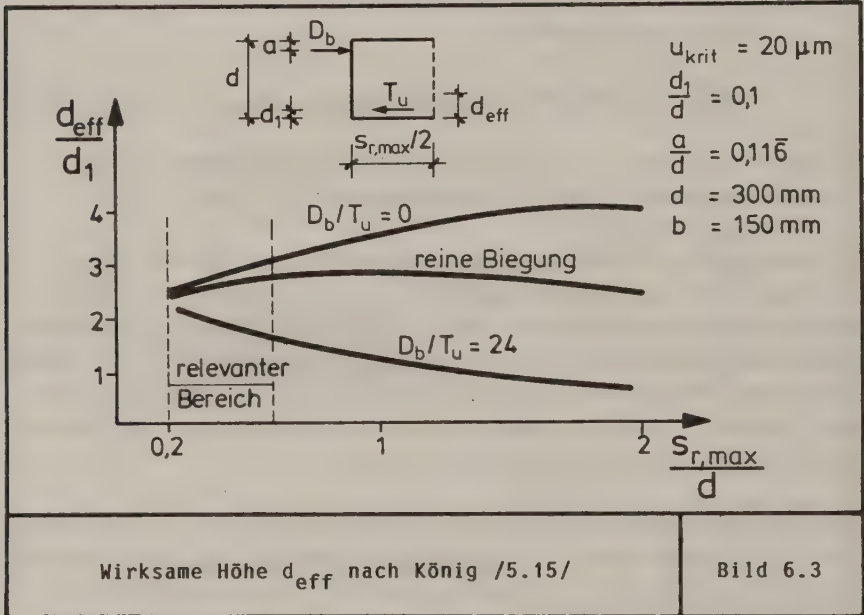
König /5.15/, /6.7/ weist unter Berücksichtigung des in den Rißzonen herrschenden Scheibenspannungszustandes - es werden alle Kräfte wie Verbundkraft T_u , Biegedruckkraft D_b und Druckkräfte aus Vorspannung auf den Beton erfaßt - mittels FEM-Rechnungen nach, daß bei reiner Biegebeanspruchung die wirksame Höhe d_{eff} nahezu unabhängig von dem maximalen Rißabstand $s_{r,\text{max}}$ ist. So ergibt sich gemäß Bild 6.3

$$d_{\text{eff}} \cong (2,5 \div 2,8) \cdot d_1, \quad (6.4)$$

was in grober Näherung als eine Bestätigung der Gln. (6.2) zu sehen ist. Diese Untersuchung von König führte dazu, daß in /6.2/ die Höhe der Wirkungszone pauschal nach Gln. (6.2) gewählt wird.

Die Rechnungen zeigen weiterhin den deutlichen Einfluß der Biegedruckkraft bei Annahme eines großen maximalen Rißabstandes (Bild 6.3). Ist D_b durch eine äußere Normalkraft besonders groß und wirkt D_b außerhalb der Kernweite, dann hilft D_b beim Aufreißen

des Körpers, T_u wird klein und damit sinkt d_{eff} weiter ab. Bei zentrischer Druckkraft oder exzentrischem Zug ($D_b = 0$) ist ein großes T_u zum Aufreißen erforderlich, womit sich d_{eff} vergrößert.



Janovic /5.13/ hält die Wahl von d_{eff} nach Gln. (6.2) in folgenden Punkten für kritikwürdig:

- es wurde lediglich ein konkreter Bauteiltyp, nämlich ein 30 cm hoher Balken, ausführlich untersucht, wobei als repräsentativ $d_1/d = 0,1$ angesetzt wurde;
- das Verhältnis von d_{eff}/d_1 liegt in der die Praxis am meisten interessierenden Bereich von $s_{r,max}/d < 0,6$ eher bei 3 denn bei 2 (Bild 6.3);
- das Verhältnis d_1/d kann, insbesondere bei dicken Bauteilen, wesentlich von der Annahme $d_1/d = 0,1$ abweichen.

Da in dieser Arbeit nur relativ dünne Bauteile betrachtet werden sollen und da die statistischen Auswertungen von Martin et al. /6.10/ zu einem durchaus befriedigenden Ergebnis unter Zuhilfenahme von Gln. (6.2) führten, wird trotz der Replik im folgenden die Höhe der Wirkungszone nach eben diese Formulierung bestimmt.

Diese Annahme führt nun dazu, daß bei Überschreiten der Dehnung ϵ_r gemäß Gln. (2.12) in Höhe der auf Zug beanspruchten Bewehrungseinlagen die Rißbildung einsetzt.

Die Frage stellt sich noch, mit welcher Rißtiefe t_r zu rechnen ist. Da eine diesbezügliche, nur mit Hilfe der Statistik mögliche Klärung noch aussteht, - es können nur die Extremalwerte mit der minimalen Rißtiefe als d_{eff} und mit der maximalen als Höhe der Zugzone angegeben werden - wird von der konservativen Annahme Gebrauch gemacht, daß bei Einsetzen der Rißbildung die gesamte Zugzone aufreißt.

Mit diesen Ansätzen wird die Möglichkeit eröffnet, das in Kapitel 5 hergeleitete Tension-Stiffening-Konzept mit nur geringem Aufwand auf biegebeanspruchte Strukturen umzuschreiben. Dazu muß nämlich nur in die Gleichungen (5.5) bis (5.8) anstelle von μ der auf den ideellen Zugstab bezogene Bewehrungsgrad μ_{eff} eingesetzt werden. Wird nun z.B. von einem mittleren Verhältnis Abstand der Bewehrung vom gezogenen Rand zu Bauteildicke von 0,1 ($d_1/d = 0,1$) ausgegangen, so kann μ_{eff} bestimmt werden zu

$$\begin{aligned}\mu_{eff} &= a_s / d_{eff} \\ &= 5,0 \cdot \mu,\end{aligned}\tag{6.5}$$

wobei wiederum Gln. (6.2) vorausgesetzt wird (s. Bild 6.2).

Somit ist auch bei auf Biegung beanspruchten Tragsystemen die gegenüber der Stahldehnung im Riß kleinere mittlere Stahldehnung der Berechnung zugänglich. Die Randstauchung der Druckzone in einem betrachteten Rißquerschnitt kann näherungsweise der verschmierten, d.h. mittleren Randstauchung gleichgesetzt werden.

6.2 Strategie bei Tieftemperatur

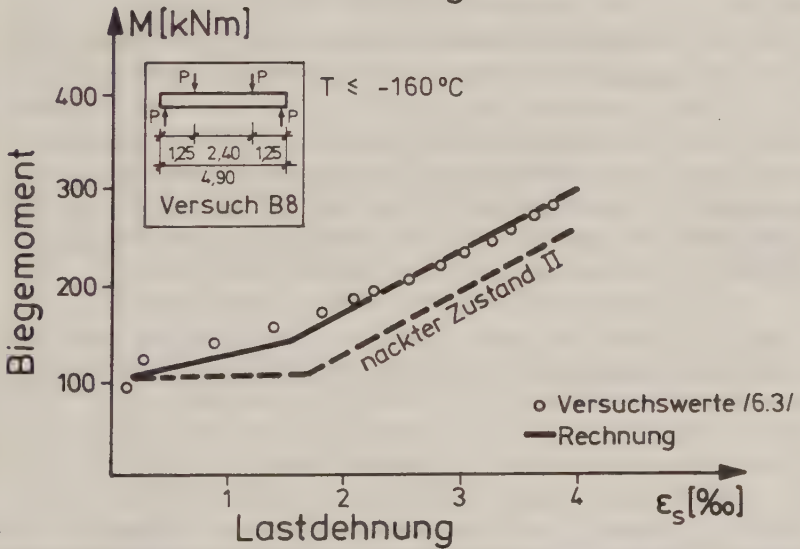
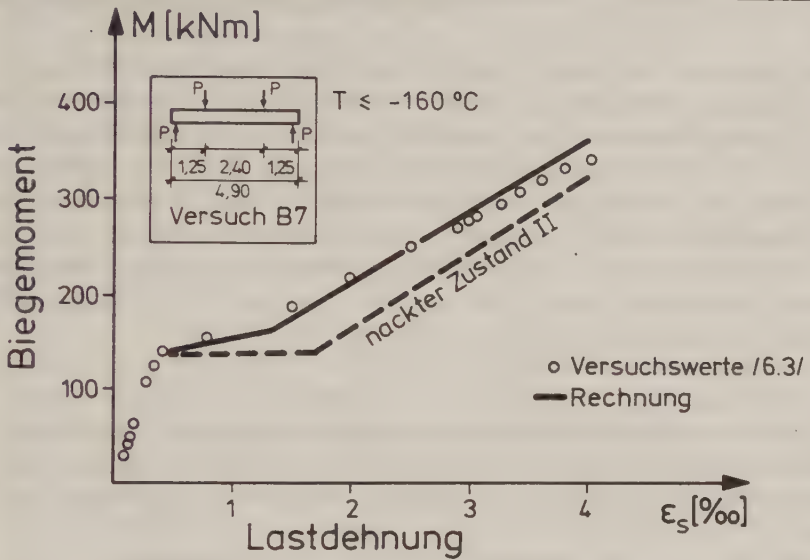
Ebenso wie bei zentrisch beanspruchten Stahlbetonstäben kann auch für mit Biegemomenten beaufschlagte Stahlbetonträger im Bereich kryogener Temperaturen eine aus Gründen höherer Zugfestigkeit und gesteigerter Verbundfestigkeit im Vergleich zur Raumtemperatur grössere Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen erwartet werden. Da bei tiefkalten Temperaturen ein aus äußeren Beanspruchungen resultierender Biegezustand mit dem induzierten Selbstvorspannungsvorgang zu superponieren ist, kann das im vorhergehenden Abschnitt dargelegte Tension-Stiffening-Verfahren nicht unbesehen übertragen werden. Es sind weitergehende Überlegungen mit dem Ziel anzustellen, den Einfluß des Vorspanneffektes realistisch abzuwägen.

Die im Bild 6.3 festgehaltenen Auswertungen von König /5.15/ bezüglich des Verhältnisses von effektiver Höhe zu maximalem Rißabstand in Abhängigkeit vom Beanspruchungszustand zeigen, daß im Bereich $s_{r,max}/d < 0,6$ die Höhe der äquivalenten Wirkungszone der Bewehrung nahezu unabhängig ist von der Belastungsform. Sie kann für praktische Zwecke ausreichend und für die EDV-mäßige Verarbeitung vorteilhaft wie schon in Gln. (6.2) zu

$$d_{eff} \approx 2 \cdot d_1 \quad (6.6)$$

mit der Variablen d_1 als Abstand der Bewehrung vom gezogenen Rand angenommen werden.

Kann demnach der Nachweis erbracht werden, daß unter tiefkalten Temperaturen der maximale Rißabstand nicht größer wird als die ca. 0,6-fache Höhe biegebeanspruchter Träger, so bietet sich die Möglichkeit, die für Raumtemperaturen entwickelte Tension-Stiffening-Konzeption auch für kryogene Verhältnisse in Ansatz zu bringen. Zur Überprüfung der genannten Bedingung sollen Rißzustandsmessungen dienen, die von Iványi/Fastabend /6.3/ an bis zum Bruch belasteten Biegeträgern bei tiefkalten Temperaturen vorgenommen wurden.



Moment-Stahldehnungs-Diagramme von
Biegebalken unter Tieftemperaturen

Bild 6.4

Die erwähnten Autoren untersuchten den Rißbildungsprozeß von 30 cm bzw. 60 cm hohen Biegebalken, die mit Tempcore-Stahl BSt 420 S unterschiedlich hoch bewehrt waren. Der Bereich konstanter Biegebeanspruchung - Beobachtungsbereich - betrug 2,40 m. Im Beobachtungsbereich wurden keine Bügel vorgesehen, nur die Querkraftbereiche wurden so bügelbewehrt, daß ein Versagen infolge von Schubbeanspruchungen ausgeschlossen werden konnte. Bei den 30 cm hohen Versuchsbalken wurden maximale Rißabstände von ca. 15 cm, bei den 60 cm hohen solche von ungefähr 30 cm beobachtet. Es kann demnach davon ausgegangen werden, daß die Risse maximal in Abständen auftreten, die etwa der halben Bauteilhöhe entsprechen.

Bei Würdigung dieses Ergebnisses und unter Beachtung der im Abschnitt 5.4 verifizierten Eckdaten kann also das bei Raumtemperaturen abgeleitete Verfahren zur Quantifizierung des Tension-Stiffening-Effektes ebenso für tiefkalte Temperaturen angewendet werden.

Die Kontrolle dieses Konzeptes für die mittlere Dehnung der Zugzone erfolgt durch Vergleich mit den schon erwähnten Biegeversuchen von Iványi/Fastabend /6.3/. In Bild 6.4 werden die errechneten mittleren Stahldehnungen den Versuchsergebnissen gegenübergestellt. Dabei werden die versuchsmäßig bestimmten Werte der Betonzugfestigkeit in Ansatz gebracht. Der Abstand der Bewehrung vom gezogenen Rand beträgt ca. 3 cm, womit sich der effektive Bewehrungsgehalt in Anlehnung an Gln. (6.5) errechnen läßt.

Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung kann ähnlich der bei zentrisch beanspruchten Stäben als befriedigend bezeichnet werden.

7 BERECHNUNGSMODELL UND RECHENVERFAHREN

Erst die Entwicklung geeigneter leistungsfähiger Rechenanlagen ermöglichte es, das in den vorherigen Kapiteln erörterte Verhalten der Einzelkomponenten Beton und Stahl und ihr Zusammenwirken in Tragwerken rechnerisch zu erfassen. Die dabei gebräuchlichen numerischen Verfahren basieren überwiegend auf der Methode der finiten Elemente (FEM). Übersichten in extenso über die bis dato vorliegenden Erfahrungen mit dieser Methode finden sich in /7.1/, /7.2/, /7.6/.

Demnach sind grundsätzlich zwei Formulierungen zu unterscheiden:

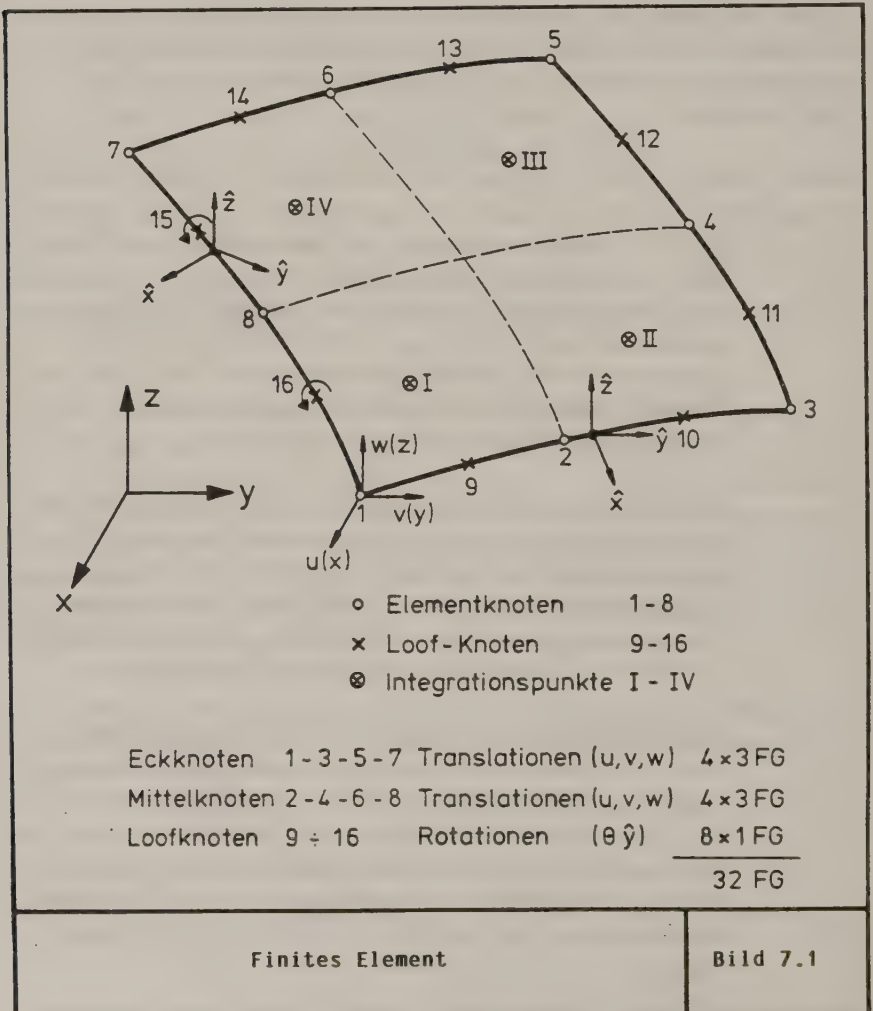
- Das $M-\kappa$ -Modell verwendet zur Beschreibung des beanspruchungsabhängigen Biegetragverhaltens die integrierten Zustandsgrößen Moment M und Krümmung κ . Einige spezielle Punkte des $M-\kappa$ -Verlaufs werden als Stützstellen für eine Interpolationsfunktion $\kappa = f(M)$ berechnet. Damit wird die beanspruchungsabhängige Steifigkeit des Biegetragwerkes ermittelt.

Der Nachteil dieses Verfahrens besteht darin, daß es weitgehend auf ebene Flächentragwerke beschränkt ist, da allgemeingültige integrale Werkstoffbeziehungen unter Berücksichtigung der Einflüsse aus der Membrantragwirkung bisher nicht existieren. Zudem ist die Erfassung von Eigenspannungszuständen nicht möglich.

- Das Schichtenmodell ersetzt die Spannungsintegration über den Querschnitt durch eine Summation diskreter Spannungswerte. Dazu wird der Querschnitt in beliebig viele Schichten aufgeteilt. Trotz des ohne weiteres erkennbaren erheblichen numerischen Aufwandes wird dieses Modell der Nachteile der möglichen Alternative wegen weiterverfolgt und soll daher detailliert erläutert werden.

Als finites Element kommt - veröffentlicht in einem von Irons und

Ahmad /7.3/ entwickelten Programm - ein degeneriertes, isoparametrisches Viereckelement zur Anwendung. Dieses sogenannte Semi-Loof-Element besitzt 32 Freiheitsgrade, die in Bild 7.1 aufgezeigt sind, worin ebenso die innerhalb des Elementes liegenden vier Integrationspunkte ausgewiesen sind, an denen die Spannungen und damit die Steifigkeiten ermittelt werden.



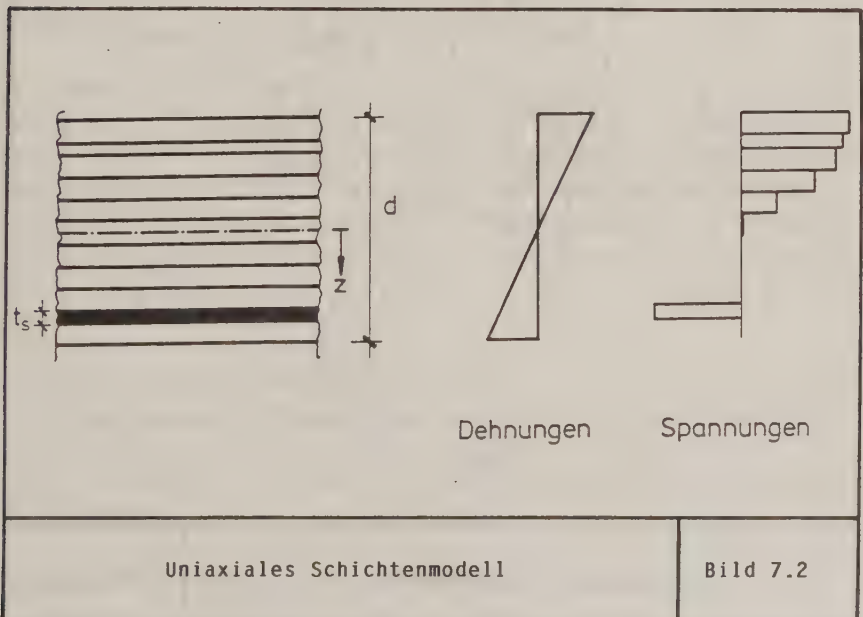
Das Element wurde in eine Form gebracht, die mittels nichtkonformer Ansätze die Konvergenzkriterien des sogenannten Patch-Tests erfüllt, mit dem überprüft wird, ob Starrkörperverschiebungen keine Verzerrungen hervorrufen und ob konstante Spannungszustände korrekt wiedergegeben werden /7.3/.

Das ursprünglich für linear-elastische Berechnungen konzipierte Programm /7.3/ wurde von Winter /7.8/ unter Zuhilfenahme des Schichtenmodells u.a. für die Anwendung bei physikalisch nichtlinearer Problemstellung erweitert.

Bei diesem erstmals in den USA vorgestellten Modell wird das Tragwerk, wie schon erwähnt, an den oben genannten Integrationspunkten in Dickenrichtung in mehrere dünne Lagen unterteilt. Die Bewehrungseinlagen werden über die Beziehung

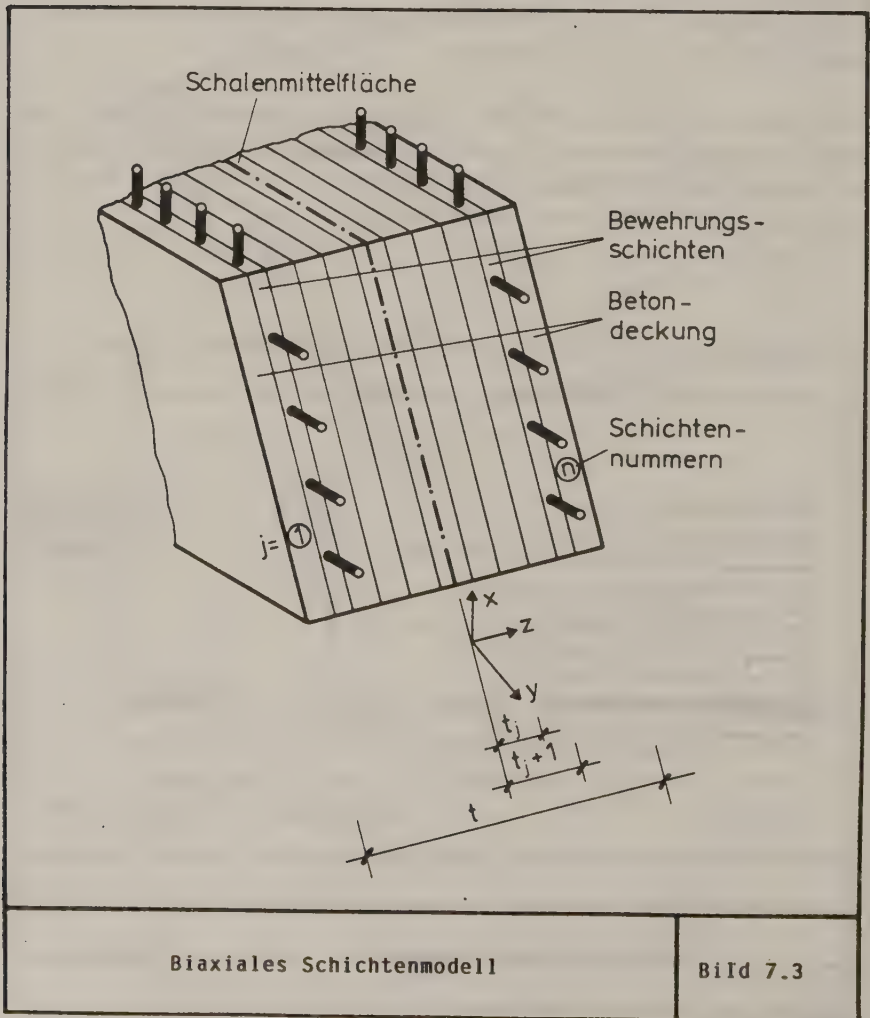
$$t_s = \mu \cdot d \quad (7.1)$$

in eine ideelle Schicht mit der Dicke t_s verschmiert (Bild 7.2).



Um mit dieser einen Stahlschicht unterschiedliche Bewehrungsgrade in x- und y-Richtung bei der Ermittlung der Elementsteifigkeit erfassen zu können, d.h. $\mu_x \neq \mu_y$, wird für den Elastizitätsmodul in der zweiten Richtung folgende Modifizierung gewählt (Bild 7.3):

$$E_{sy} = E_{sx} \cdot \frac{\mu_y}{\mu_x} \quad (7.2)$$



Beim Konzept der verschmierten numerischen Abbildung wird also der Einfluß des Durchmessers, des Abstandes der Bewehrung sowie die lokale Spannungsverteilung explizit nicht berücksichtigt.

Der Verzerrungszustand einer beliebigen Schicht kann bei Anerkennung der Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte aus dem Dehnungszustand einer beliebigen Bezugsschicht, i. a. der Schicht mit der Schwerlinie des Querschnitts als Mittellinie, bestimmt werden. Dadurch besteht die Möglichkeit, für jede Schicht die von den Dehnungen abhängige Arbeitslinie einzusetzen und somit eine nichtlineare Spannungsverteilung über den Querschnitt zu erzeugen, wobei ein über die jeweilige Schichthöhe konstanter Spannungszustand vorausgesetzt wird (Bild 7.2).

Wird gemäß den Ausführungen in Kapitel 6 in der auf der Zugseite des Querschnitts liegenden Stahlschicht die Reißdehnung ϵ_r überschritten, fallen die in den Zugzonen befindlichen Betonschichten aus. Nur die Stahlschicht trägt weiterhin zur Steifigkeit bei, und zwar mit der $\sigma - \epsilon$ -Linie in der Grundform, sofern der Tension-Stiffening-Effekt vernachlässigt wird, und mit der in der modifizierten Gestalt bei Ansatz dieses Effektes.

Das Konzept der verschmierten Reißbildung - es treten keine diskreten Risse an Elementrändern, sondern nur zu einem Integrationspunkt gehörende Reißfelder auf - besitzt den Vorteil, daß die Topologie des diskretisierten Systems für alle Berechnungsschritte beibehalten werden kann und nicht nach jedem Reiß neu zu formulieren ist. Mit dieser Verfahrensweise können hingegen keine Reißweiten und -abstände berechnet werden, sie sind nur indirekt über empirische Formeln erfaßbar.

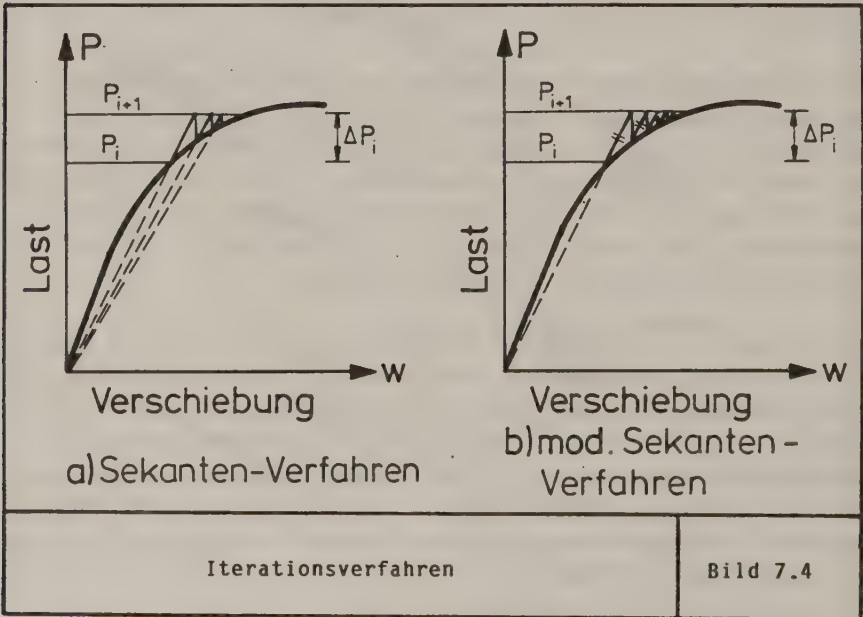
Für Beanspruchungen unter Raumtemperaturen bieten hierzu die einschlägigen Bemessungsvorschriften hinreichend Hilfestellung. Für den Tieftemperaturbereich stehen bislang nur die von Schnell /7.4/, /7.7/ sowie Fastabend /1.3/ entwickelten Nachweisverfahren zur Verfügung.

Wegen der vom Verformungs- bzw. Verzerrungszustand u abhängigen

Steifigkeitsmatrix $\underline{K}$ ist die bei der FEM zu lösende Gleichgewichtsbedingung

$$\underline{K} \cdot \underline{u} = \underline{P}, \quad (7.3)$$

worin $\underline{P}$ den Belastungsvektor angibt, nur durch schrittweise Linearisierung, d.h. inkrementelles Aufbringen der Last, lösbar. Bei den numerischen Rechnungen wird das für derartige Probleme besonders geeignete Sekanten-Verfahren in seiner ursprünglichen bzw. seiner modifizierten Form verwendet. Die in das FEM-Programm implementierten Algorithmen sind in Bild 7.4 für ein System mit einem Freiheitsgrad dargestellt.



Auf weitere Einzelheiten des Verfahrens soll an dieser Stelle nicht mehr eingegangen werden. Es wird für ausreichend befunden, zur Klärung etwaiger Einzelfragen, wie z.B. Aufbau der Steifigkeitsmatrix und des Lastvektors, Schema des Gleichgewichtslösers etc., direkt auf die Literatur /7.3/, /7.8/ zu verweisen.

8 ERGEBNISSE

8.1 Allgemeines

Den nachfolgend vorgestellten Berechnungen, die einen beispielhaften Charakter haben sollen, sind, soweit an entsprechender Stelle nichts anderes vermerkt ist, unter der Prämisse des Vorhandenseins von Raumtemperaturen als Materialparameter für den Beton der Elastizitätsmodul E_b^{RT} zu

$$E_b^{RT} = 3,0 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2,$$

die mittlere Würfeldruckfestigkeit β_{WM}^{RT} zu

$$\beta_{WM}^{RT} = 3,0 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$$

und die Wichte γ zu

$$\gamma = 25,0 \text{ kN/m}^3$$

zugrundegelegt. Für den Stahl wird der Elastizitätsmodul E_s^{RT} zu

$$E_s^{RT} = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$$

und die Streckgrenze β_s^{RT} zu

$$\beta_s^{RT} = 4,2 \cdot 10^5 \text{ kN/m}^2$$

gesetzt.

Die Eigenschaften der beiden Baustoffe im Fall kryogener Temperaturen werden mit Hilfe der in den vorhergehenden Kapiteln abgeleiteten Formulierungen bestimmt. Dabei wird davon ausgegangen, daß der Beton im Bereich üblicher Baufeuchte präsumptiv einen Feuchtigkeitsgehalt u_m von

$$u_m = 5 \%$$

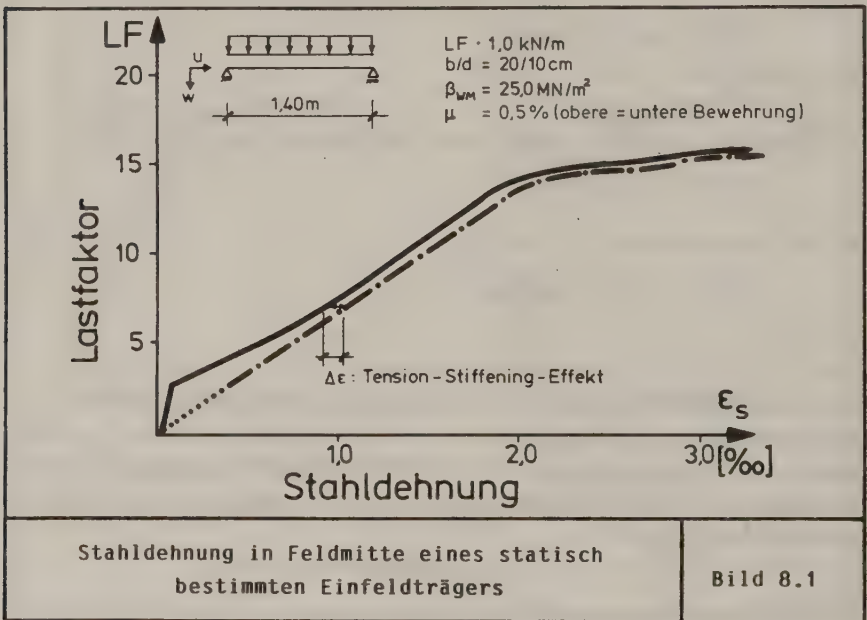
aufweist.

Der Bewehrungsgrad sowie die Bewehrungsverteilung sind den Berechnungen selbst zu entnehmen.

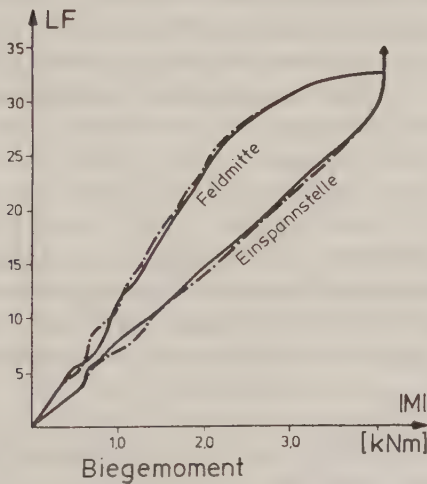
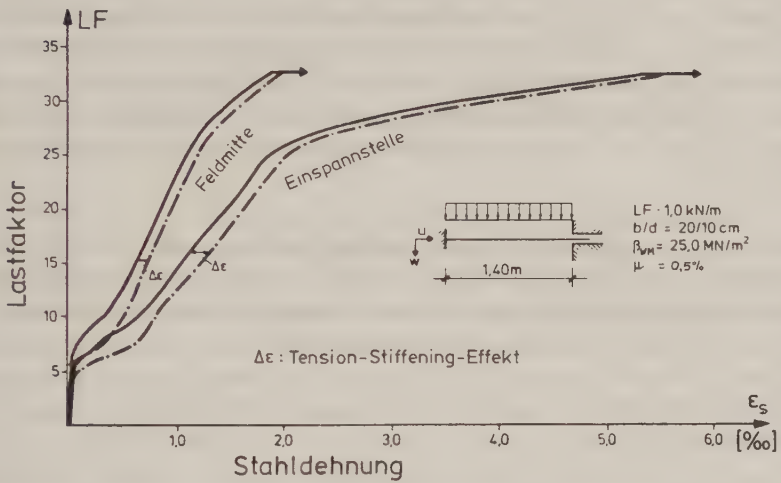
Für das Nachrechnen etwaiger Versuchsergebnisse werden selbstverständlich die dem Versuch zugehörigen, experimentell bestimmten Materialkennwerte verwendet.

8.2 Prinzipielle Einflüsse von Tension Stiffening bei Raumtemperatur

Der primäre Einfluß des Tension-Stiffening-Effektes auf das Verhalten gerissener Stahlbetonträger ist eine Reduktion der Verformungen im Vergleich mit den fiktiven Bedingungen des reinen Zustands II, die keine Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen unterstellen. Für ein statisch bestimmtes System, siehe Bild 8.1, ist dieses auch der einzige Einfluß. Es ist elementar, daß hierbei die Grenztragfähigkeit wegen des alleinigen Gleichgewichtsproblems von der Steifigkeit des Systems und damit von der Verformungsminderung unabhängig ist.



Demgegenüber führt bei statisch unbestimmt gelagerten Stahlbetonträgern die versteifende Wirkung zu einer veränderten Schnittgrößenverteilung bei bestimmten Lastniveaus. Im Bild 8.2, in dem jeweils in Abhängigkeit von der aufgetragenen Last die Stahldehnungen in der Zugzone und die Verteilung der Momente an der Einspan-



Beidseitig eingespannter Balken
Stahldehnungen und Biegemomente

Bild 8.2

nung sowie im Feld aufgetragen sind, sind die systemimmanenten Kräfteumlagerungen dargestellt.

Beim Lastniveau $LF = 5$ entsteht der erste Riß in dem kritischen Querschnitt, d.h. wegen der Symmetrie gleichzeitig an den Einspannstellen. Dort verringert sich die Steifigkeit, was bei wachsender Belastung einen erhöhten Zuwachs des Biegemomentes im Feld zur Folge hat, wo ja noch immer die ursprüngliche Steifigkeit vorhanden ist.

Sobald auch im Feldquerschnitt die Rißgrenze erreicht wird, verringert sich die Steifigkeit auch hier, und in den kritischen Bereichen kommt es somit zum teilweisen Ausgleich der Steifigkeit. Die Zunahme der Momente an den Einspannstellen beschleunigt sich, und zwar zunächst mehr als im Feld, da der plastische Bereich im Feld im Hinblick auf das Momentendiagramm eine bedeutend größere Ausdehnung hat.

Wird nun vorausgesetzt, daß die kritischen Querschnitte über ausreichend Fähigkeit verfügen, sich plastisch zu verformen, nähern sich in den Einspannbereichen die Momente dem Traglastmoment, was von einer bedeutenden Senkung der Steifigkeit begleitet ist, so daß das Feldmoment abermals zu wachsen beginnt. Schließlich wird in einem bestimmten Augenblick in allen kritischen Querschnitten das Traglastmoment erreicht.

Die Grenztraglast, gekennzeichnet durch Stahldehnungen weit oberhalb der elastischen Grenze, wird durch den Tension-Stiffening-Effekt in keinerlei Weise beeinflusst. Dieser Aspekt, numerisch bereits von Lin/Scordelis /8.3/ belegt, läßt sich auch experimentell nachweisen, wie jüngst veröffentlichte Versuchsergebnisse /8.1/ zeigen.

Bei doppelt gekrümmten Schalen, die, von Membranlösungen abgesehen, in einem hohen Maße statisch unbestimmt sind, ist die Problematik diffiziler /8.8/. Auf der einen Seite sind Schnittgrößenumverteilungen in erheblichem Umfang möglich, andererseits bedingt dieses jedoch hohe lokale Dehnungen, die möglicherweise zu einem

lokalen und ggf. zu einem globalen Versagen führen.

Dies soll anhand einer windbelasteten Kugelkalotte, deren System und Abmessungen in Bild 8.3 festgehalten sind, näher eruiert werden. Während das Eigengewicht der Stahlbetonschale als konstante Last in die Berechnungen eingeht, wird die Windlast, von der Größe und Verteilung wie in Bild 8.4 vorgegeben, kontinuierlich gesteigert. Die Querdehnnzahl wird zu $\nu = 0$ gewählt.

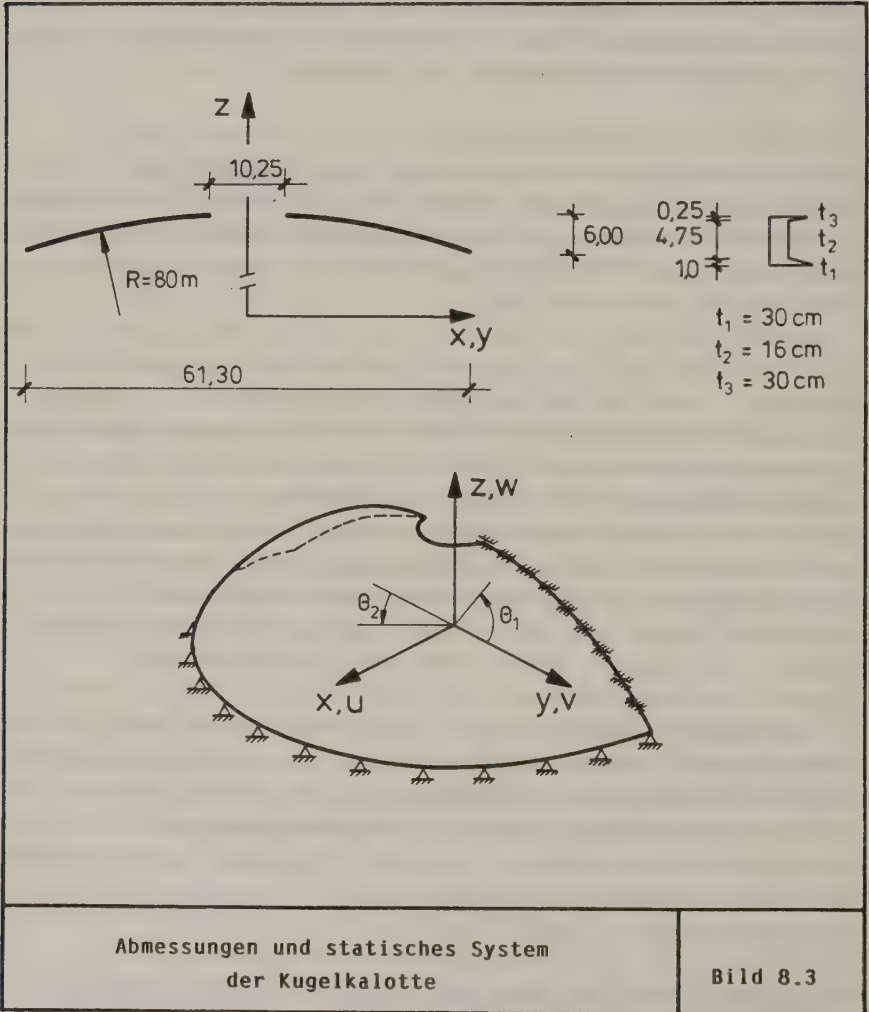
Durch die Art der Belastung befindet sich ein großer Teil der Schalenmantelfläche in Ringrichtung unter Zugbeanspruchung, wobei das Maximum im Leebereich, genauer gesagt im unteren Meridiandrittel der der Anströmrichtung des Windes abgewandten Seite der Kugelkalotte liegt. Die Schale reißt daher zuerst im Leebereich vertikal auf.

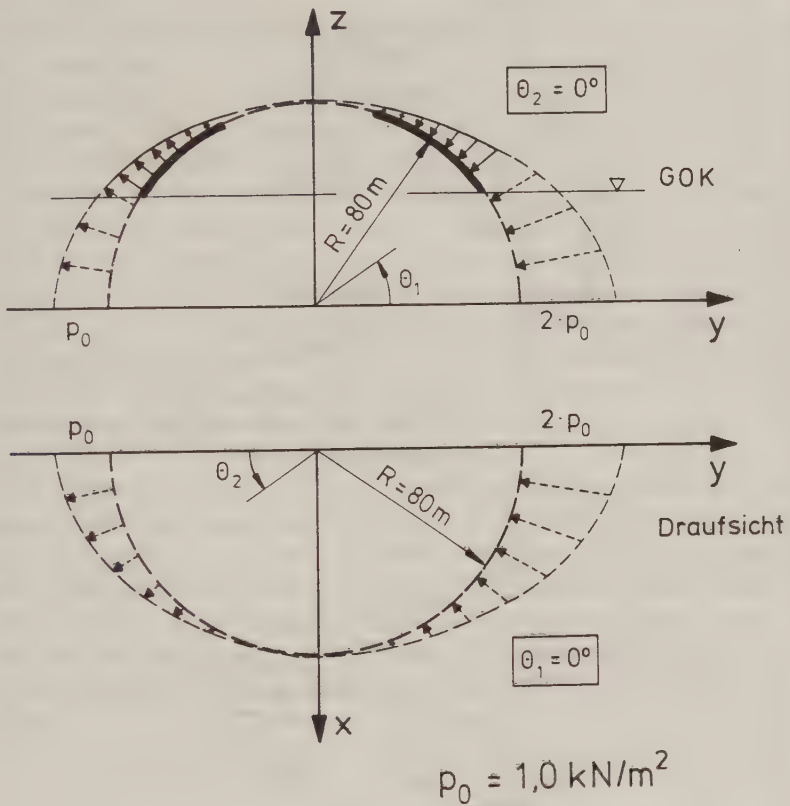
Die Rißbildung, die lokal beginnt und dann mehr und mehr fortschreitet, führt zu einer Umlagerung von Zugkräften in steifere, d.h. noch im Zustand I befindliche Zonen. Das Ende des Umverteilungsprozesses, und damit auch die Versagensgrenze der Struktur, wird bestimmt durch ein lokales Ausbeulen der Schale. Bild 8.5, das in Abhängigkeit vom Lastfaktor maximale vertikale Verformungen sowie örtlich auftretende Stahlspannungen zeigt, weist die Reaktion des Tragwerks aus. Danach verfügt, wie schon erwähnt, die hochgradig unbestimmte Schale über bedeutende Umlagerungspotentiale, die aber eng mit hohen Verzerrungen verknüpft sind.

Die Berücksichtigung des Tension-Stiffening-Effektes besitzt dabei eine traglastfördernde Wirkung, wie auch von anderer Seite /8.4/, /8.7/ konstatiert wird. Im Gegensatz zu den auf Biegung beanspruchten Balken verliert also die Betonmitwirkung auf Zug ihren Einfluß im Bereich praktisch relevanter Dehnungen oder Verformungen nicht und bietet so eine zusätzliche Sicherheit gegen Systemversagen.

Desweiteren ist aus Bild 8.5 abzulesen, daß eine Proportionalität zwischen Bewehrungsgrad und Versagenslast nicht besteht. Die Fähigkeit hoch zugbeanspruchter gerissener Schalenbereiche, sich

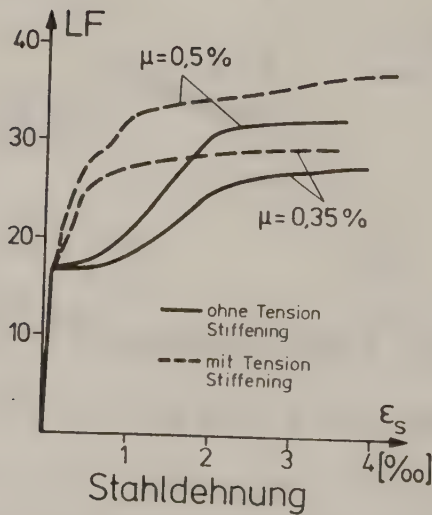
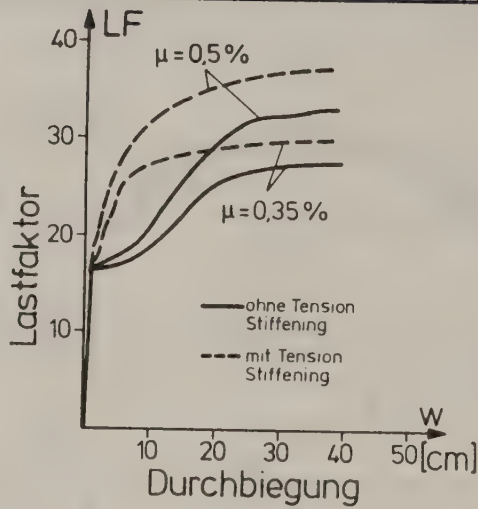
der Last zu entziehen und diese auf ungerissene umzulagern, ist demnach nicht direkt mit dem Armierungsgehalt verknüpft. Diesen Aspekten wird mit der gängigen Bemessungspraxis nicht Rechnung getragen.





$$w = (p_0 \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2) \cdot \text{LF} \quad 0^\circ \leq \theta_2 \leq 90^\circ$$

$$w = (2p_0 \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2) \cdot \text{LF} \quad 90^\circ < \theta_2 \leq 180^\circ$$



Kugelkalotte - Durchbiegung und Stahldehnung an der höchstbeanspruchten Stelle

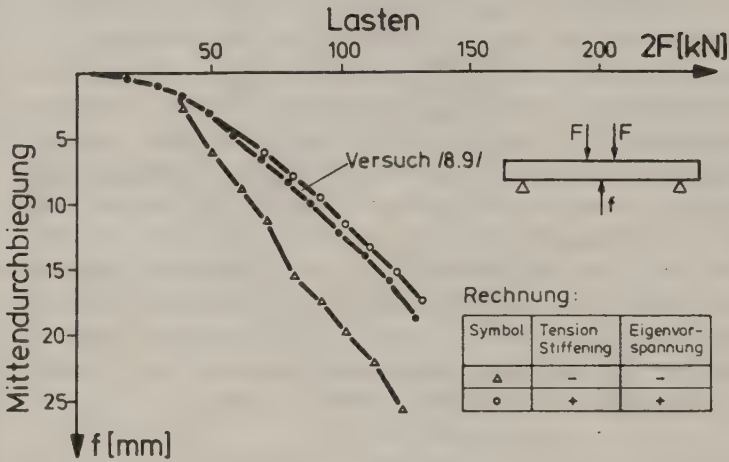
Bild 8.5

8.3 Prinzipielle Einflüsse kryogener Temperaturen

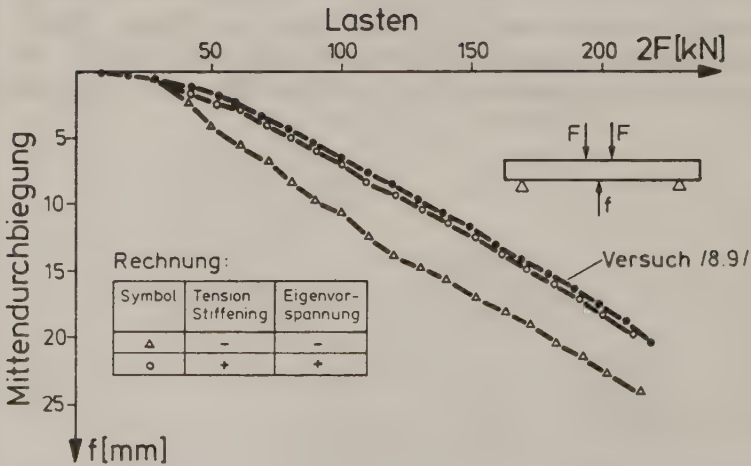
Unter den Einsatzbedingungen über den Querschnitt konstanter kryogener Temperaturen ist grundsätzlich ein dem Vorstehenden entsprechendes Verhalten von Stahlbetontragstrukturen zu erwarten. Die Eigenvorspannung, bedingt durch die Differenz in den Temperaturausdehnungskoeffizienten von Beton und Stahl, führt zwar zu einer Erhöhung der zur Reißbildung führenden Beanspruchungen, eine Veränderung der Tragfähigkeitsgrenze hierdurch ist jedoch ausgeschlossen. Die Nachrechnung zweier Biegeversuche, die von Wiedemann et al. /8.9/ an Stahlbetonplatten im stationären Temperaturzustand von -196°C durchgeführt wurden und stellvertretend für viele ähnliche Versuche /8.2/, /8.5/, /8.6/ ausgewählt sind, soll den gerade für den Tieftemperaturbereich immensen verformungsmindernden Tension-Stiffening-Einfluß demonstrieren.

In den Bildern 8.6 und 8.7, die jeweils aufgetragen über die Lasthöhe Mittendurchbiegung und Stahldehnung der Versuchskörper zeigen, wird deutlich, daß eine vernünftige Approximation der realen Verhältnisse nur dann gesichert ist, wenn sämtlich alle zugänglichen nichtlinearen Effekte in die Rechnung einfließen. Zudem sollen die Rechenergebnisse die Güte des Rechenmodells auch für den Tieftemperaturbereich an einem einfachen Beispiel unter Beweis stellen.

a) Platte P3



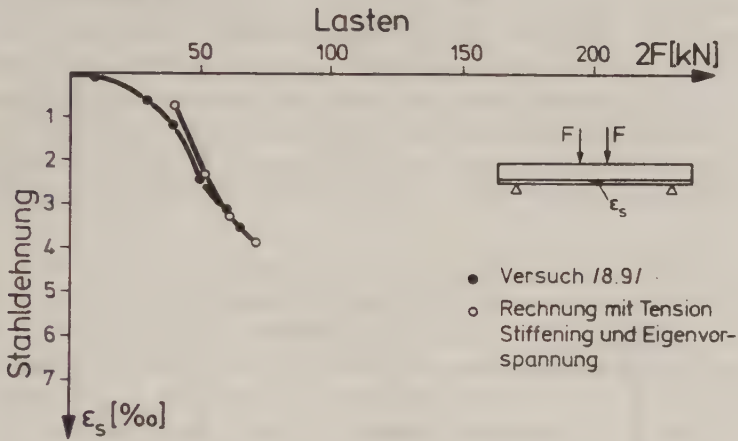
b) Platte P7



Durchbiegung in Feldmitte der Platten
P3 und P7

Bild 8.6

a) Platte P3



b) Platte P7

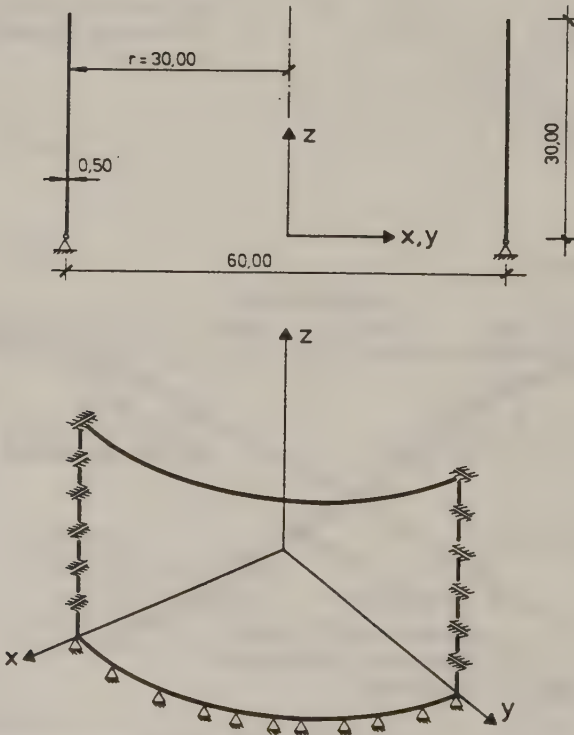


Stahldehnung in Feldmitte der Platten
P3 und P7

Bild 8.7

8.4 LNG-Innenbehälter bei Vollfüllung

Wird ein repräsentativer LNG-Innenbehälter aus Stahlbeton, dessen System und Abmessungen mit Bild 8.8 gegeben sein sollen und der bei symmetrischer Bewehrungsanordnung einen konstanten Bewehrungsprozensatz von $\mu = 3,5\%$ aufweist, d.h., je Richtung und Seite sind $\mu = 1,75\%$ angeordnet, sukzessiv bis zur zweifachen Höhe des Innendrucks belastet, der sich bei Vollfüllung des Tanks mit dem



Abmessungen und statisches System
der Zylinderschale

Bild 8.8

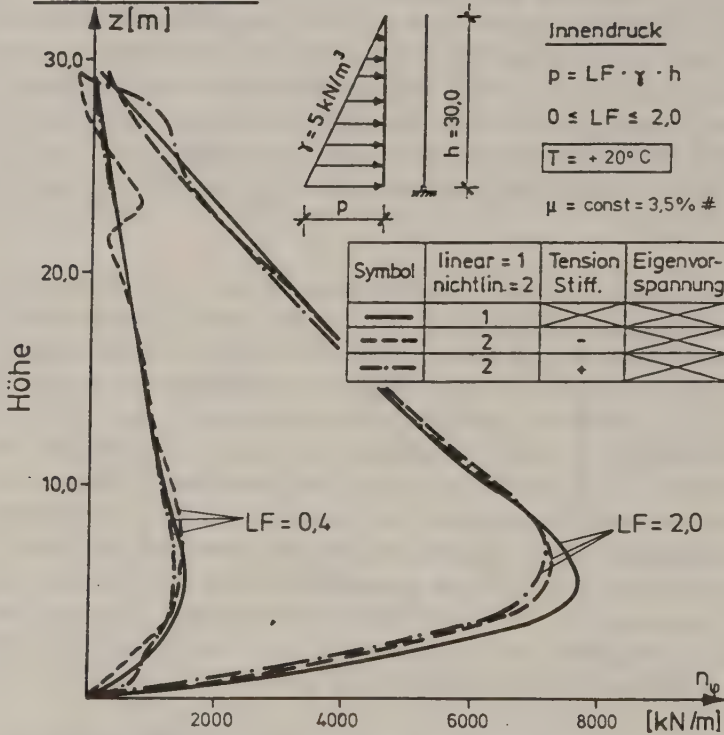
Füllgut LNG ergibt, so zeigen physikalisch nichtlineare Berechnungen zum Teil erhebliche Abweichungen im Beanspruchungs- und Verformungsverhalten gegenüber denen auf der Basis einer linearen Theorie. Dieses soll anhand der Bilder 8.9 bis 8.14 verdeutlicht werden, in denen zum einen bei Annahme der Materialkennwerte auf Raumtemperaturniveau und zum anderen auf Tieftemperaturniveau Ringnormalkräfte, Meridianmomente und Radialverformungen über die Behälterhöhe sowie für ausgezeichnete Punkte über die Lasthöhe dargestellt sind.

Bei einer ersten groben Wertung der Ergebnisse wird ersichtlich, daß prinzipiell der Tragmechanismus von den Materialkennwerten und damit von den Temperaturbedingungen unabhängig ist. Wohl unterscheiden sich wegen der unterschiedlichen Betonzugfestigkeiten die Lasthöhen bei Einsetzen der Rißbildung voneinander, die Schnittkraftverteilung wird dadurch jedoch signifikant nicht beeinflusst. Darüberhinaus ist die geringe Wirkung des Tension-Stiffening-Effektes auf das Verformungsverhalten zu erkennen, eine Beobachtung, die angesichts des hohen Bewehrungsgehaltes nicht weiter überrascht. Desweiteren ist ein im ganzen steiferes, d.h. verformungsärmeres Tragverhalten unter den Einsatzbedingungen kryogener Temperaturen zu diagnostizieren, wobei hier die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen deutlicher ausfällt.

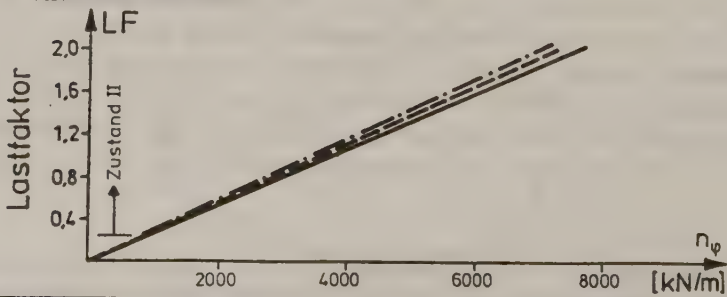
Werden die Ergebnisse einer tiefergehenden Analyse unterzogen, so ist zunächst zu konstatieren, daß durch den Flüssigkeitsdruck im Zylinder in Ringrichtung über den gesamten Umfang konstante Zugkräfte geweckt werden, die mit zunehmender Zylinderhöhe abnehmen. Auf der Außenseite der Behälterwandung stellen sich zur Erfüllung der Verträglichkeit - der unverschiebbliche Behälterfuß verhindert eine freie Verformbarkeit - Biegezugspannungen in Meridianrichtung ein.

Mit Erreichen der für das Entstehen von Rissen notwendigen Bedingung treten gleichzeitig über den gesamten Umfang in der Nähe des Zylinderfußes vertikale Trennrisse auf, die sich dann in einer Art Kettenreaktion bis zu einer bestimmten Höhe des Zylinders fortpflanzen. Die auslösende Ursache hierfür ist in den veränderten

a) über die Höhe



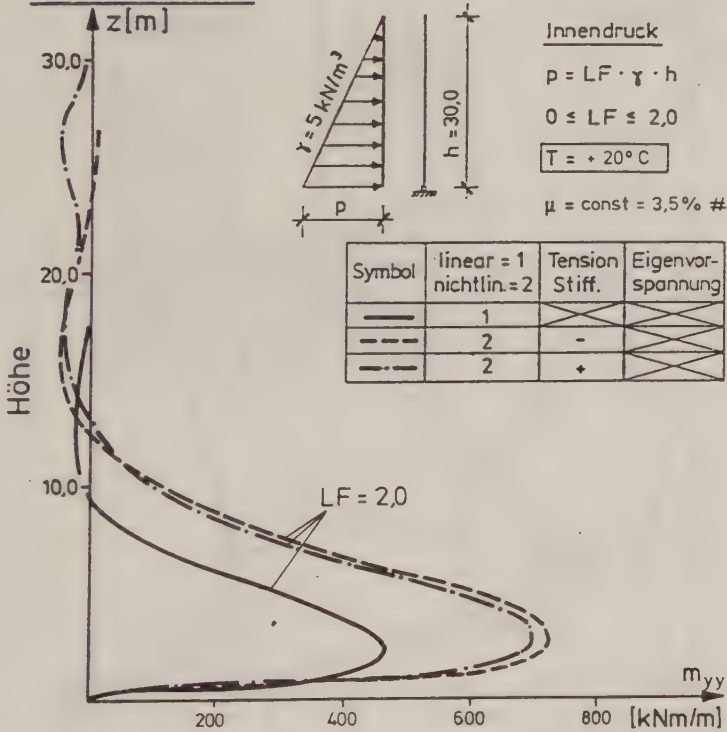
b) für $z = 5.40 \text{ m}$



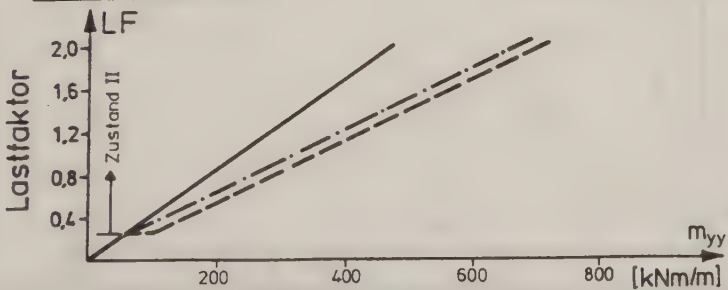
Ringnormalkräfte bei Vollfüllung

Bild 8.9

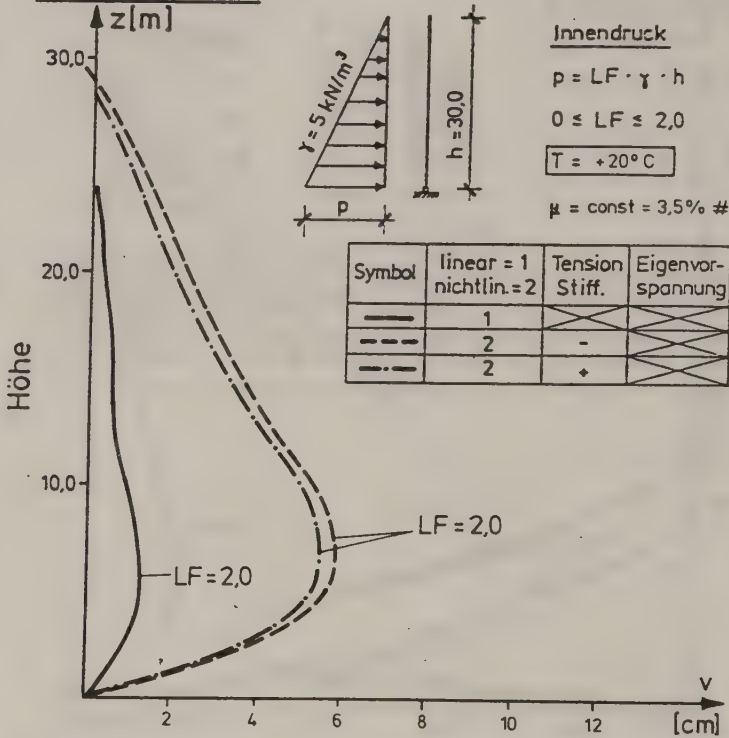
a) über die Höhe



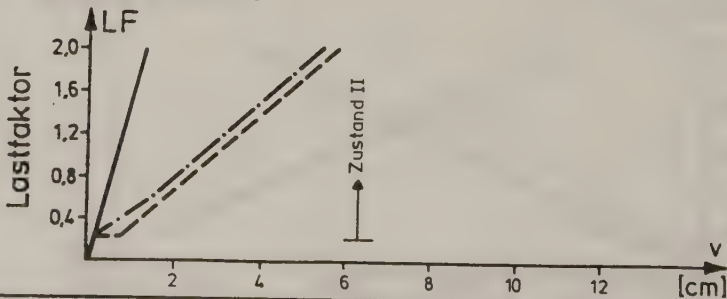
b) für $z = 2,40$ m



a) über die Höhe



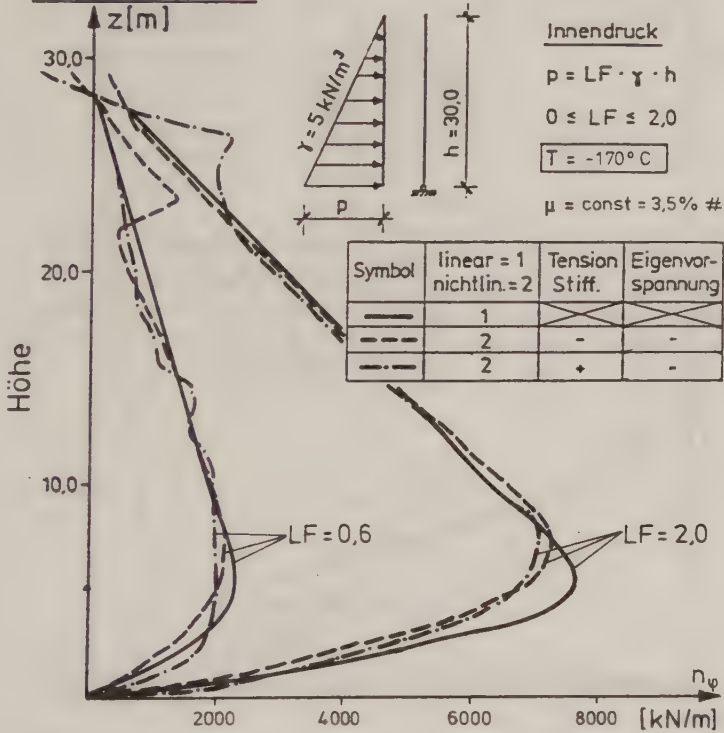
b) für $z = 6,00 \text{ m}$



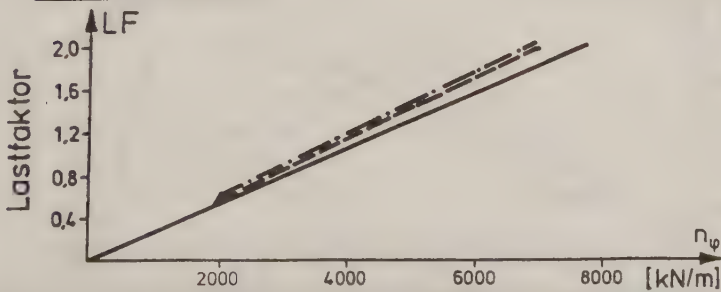
Radialverformungen bei Vollfüllung

Bild 8.11

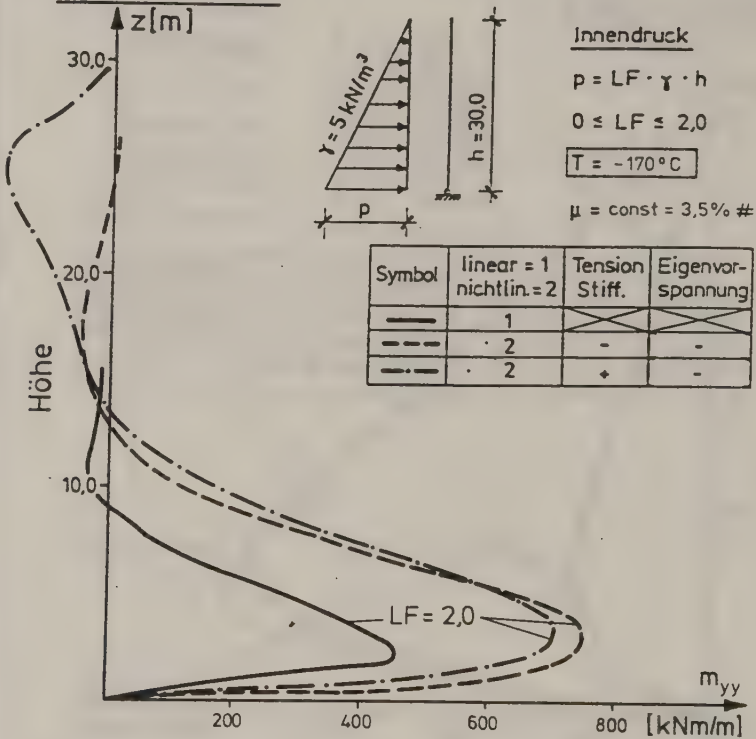
a) über die Höhe



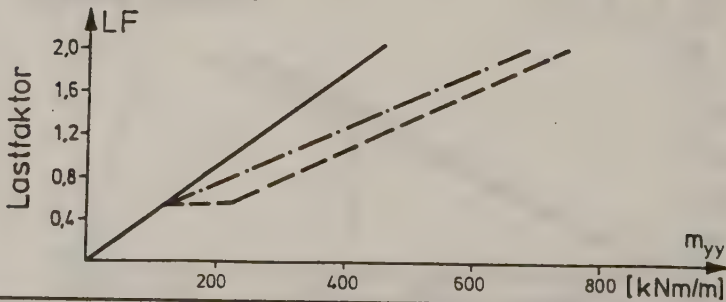
b) für $z = 5,40 \text{ m}$



a) über die Höhe



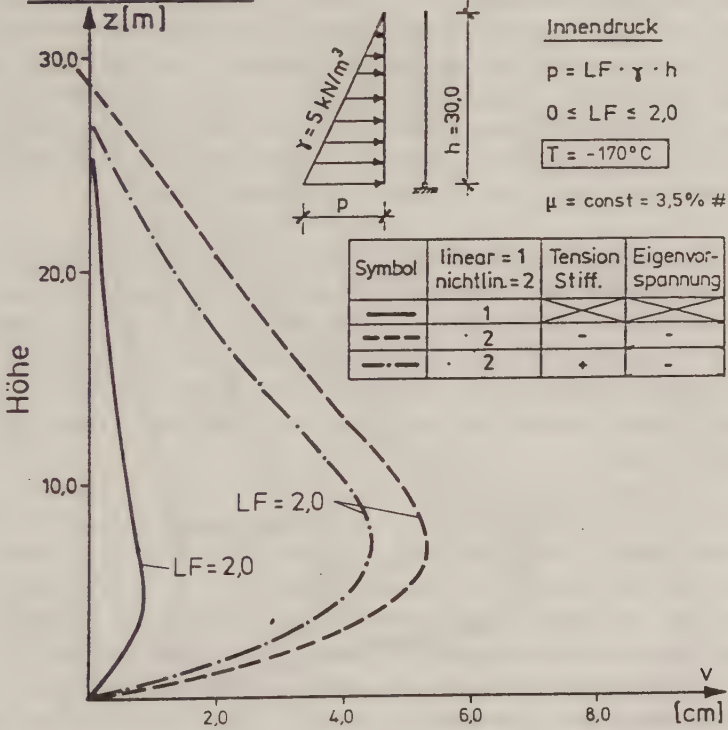
b) für $z = 2,40 \text{ m}$



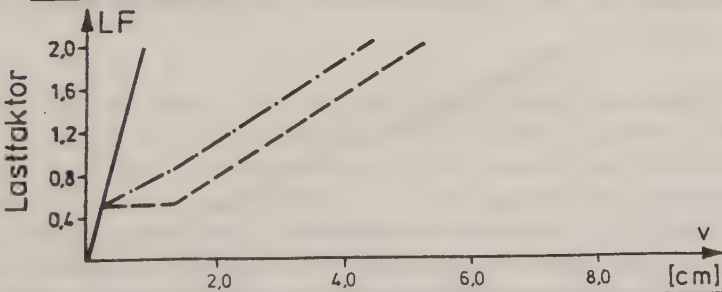
Meridianmomente bei Vollfüllung

Bild 8.13

a) über die Höhe



b) für $z = 6,00 \text{ m}$



Radialverformungen bei Vollfüllung

Bild 8.14

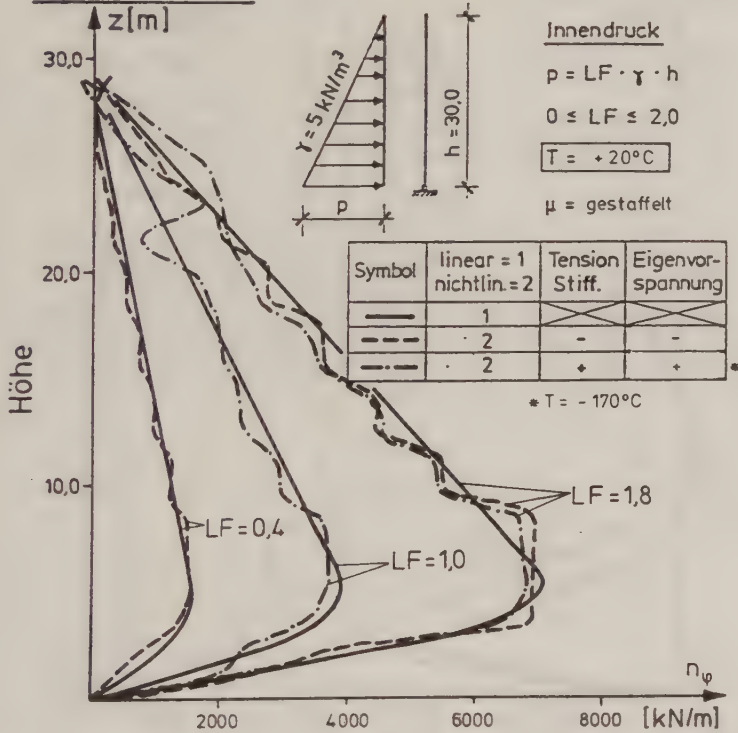
Steifigkeitsverhältnissen und der daraus resultierenden Umverteilung der Beanspruchungsgrößen zu sehen. Im Gefolge davon bilden sich an der Außenwand horizontale Biegerisse, die über den gesamten Umfang verlaufen. Da die Beanspruchbarkeit der gewählten Bewehrung bei diesem Rißbildungs- und Umlagerungsprozeß an keiner Stelle erreicht, geschweige denn überschritten wird, sind weitere Laststeigerungen möglich, die Trenn- und Biegerisse in bisher ungerissenen Bereichen des Zylinders entstehen lassen.

Im Stadium des Auftretens erster Risse verringert der Tension-Stiffening-Effekt das Potential der Beanspruchungsumlagerungen, was ein Verbleiben größerer Teile des Behälters im ungerissenen Zustand I involviert. Mit zunehmendem Belastungsniveau verliert dieser Aspekt jedoch an Bedeutung, da dann nicht mit dem Entstehen weiterer Risse, sondern mit dem Aufweiten schon vorhandener Risse zu rechnen ist.

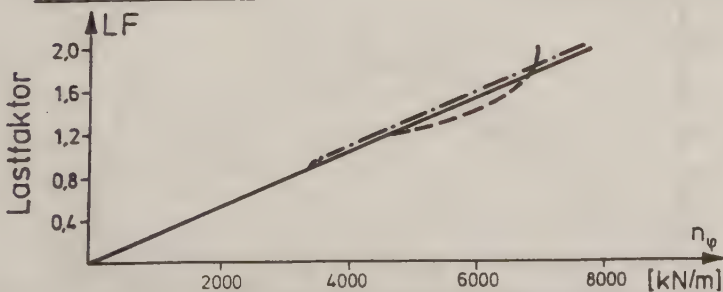
In einem weiteren Schritt soll - entsprechend der derzeit gültigen Bemessungspraxis - die Bewehrung so abgestuft, d.h. gestaffelt werden, daß sie die mit dem Sicherheitsfaktor $\gamma_s = 1,75$ multiplizierten, auf einer linearen Berechnung basierenden Schnittgrößen des Gebrauchszustandes unter Ansatz des reinen Zustands II gerade aufzunehmen in der Lage ist, wobei jedoch je Seite und Richtung mindestens ein Bewehrungsgehalt von $\mu = 0,4\%$ angesetzt wird. Ergänzend muß noch hinzugefügt werden, daß hier die Bemessung auf der Grundlage der für Raumtemperaturen ansetzbaren Materialkennwerte erfolgt.

Die Berechnungen, deren Ergebnisse in den in ihrer Darstellungsform den vorangegangenen Bildern analogen Bildern 8.15 bis 8.17 festgehalten sind, lassen die Schlußfolgerung zu, daß beim Vergleich linear-nichtlinear zwar die Verformungen erheblich voneinander abweichen, die Beanspruchungsgrößen jedoch für den vorgegebenen Grenzzustand der Tragfähigkeit durchaus als kongruent anzusehen sind. Die nichtlinear ermittelten Beanspruchungen, insbesondere die Meridianmomente, die im Bereich zwischen Riß- und Traglastniveau durchaus den auf linearer Theorie basierenden disgruent sind, - ein Aspekt, der beim lokalen Nachweis der Rißbreitenbe-

a) über die Höhe



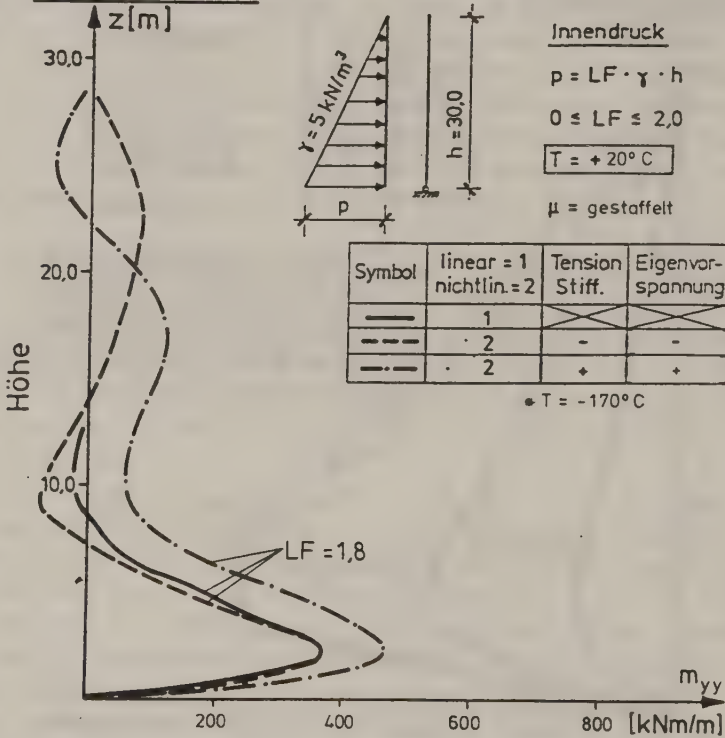
b) für $z = 5,40 \text{ m}$



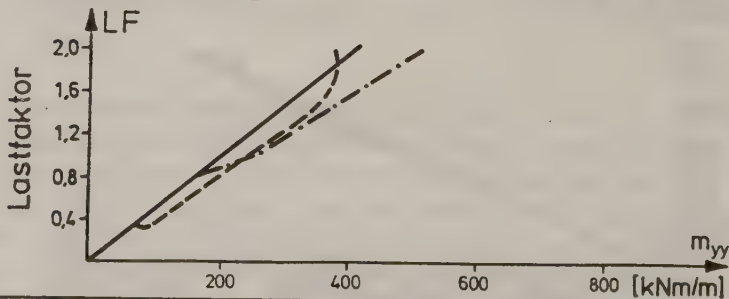
Ringnormalkräfte bei Vollfüllung

Bild 8.15

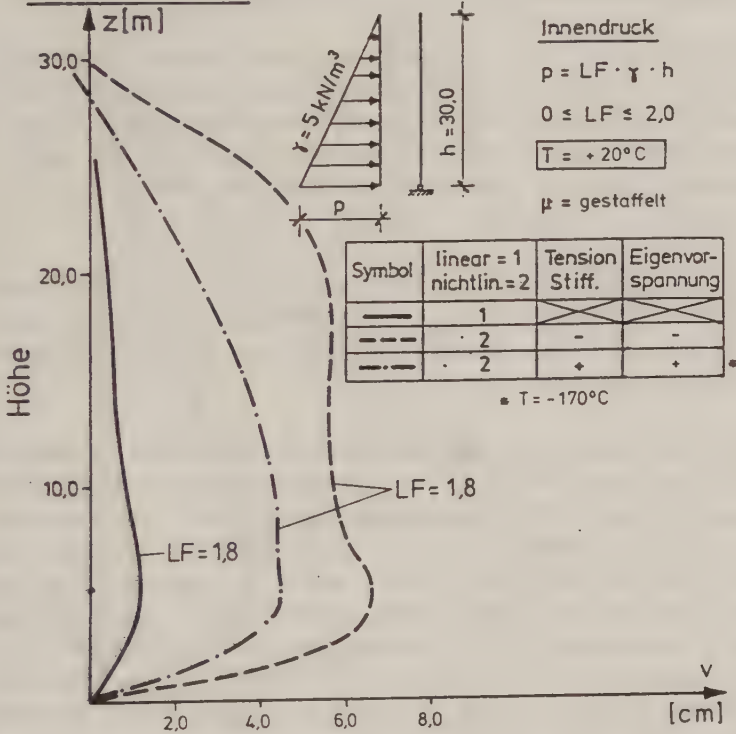
a) über die Höhe



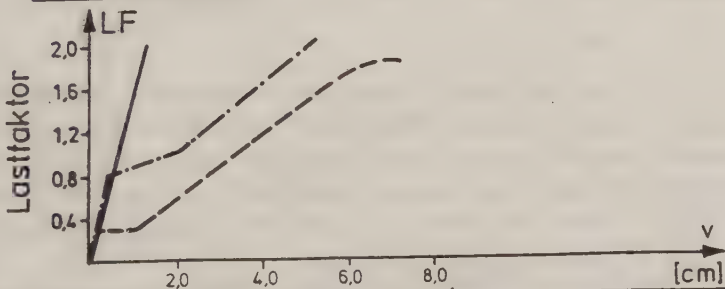
b) für $z = 2,40 \text{ m}$



a) über die Höhe



b) für $z = 6.00 \text{ m}$



schränkung Berücksichtigung finden muß - streben beim Annähern an die Versagensgrenze auf die linear berechneten zu.

Die Bilder 8.15 bis 8.17 verdeutlichen indessen auch, daß bei gestaffelter, d.h. gleichermaßen auch wirtschaftlicher Bewehrungsanordnung keine wesentlichen über den definierten Grenzzustand der Tragfähigkeit hinausreichenden Spannungsumlagerungen und damit Tragreserven vorhanden sind, wenn wie hier die Verhältnisse im Riß der Rechnung zugrundegelegt werden.

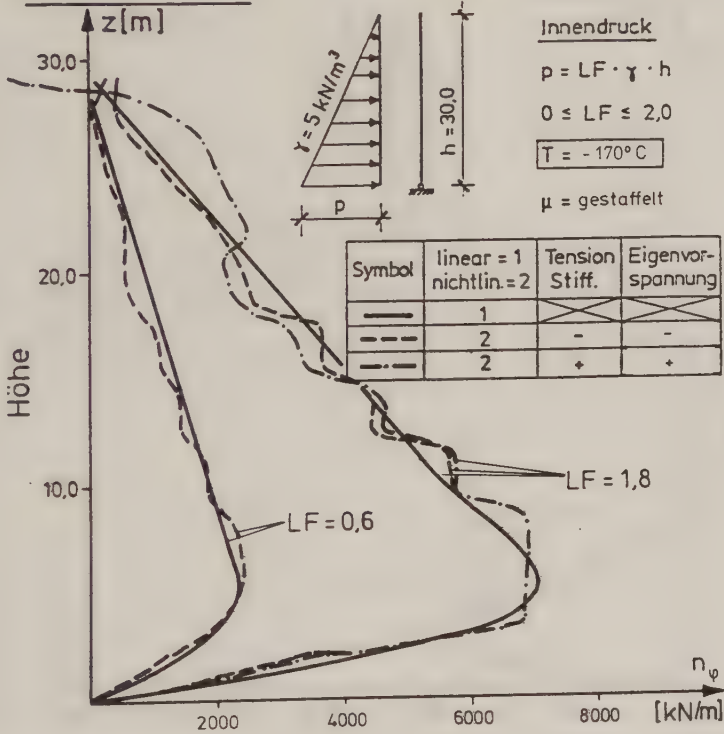
Ebenso ist, was im vorherigen Abschnitt bereits angedeutet wurde, die auf die Eigenvorspannung zurückzuführende Anhebung des Lastniveaus zu erkennen, bei dem die Rißbildung und damit einhergehend die Umlagerungseffekte initiiert werden.

Weiterhin bleibt bei der Analyse festzustellen, daß eine nach den oben aufgeführten Grundsätzen vorgenommene Bemessung der Bewehrung bei Beachtung der real vorkommenden Verhältnisse - die Zylinderwand ist auf $T = -170^{\circ} \text{ C}$ abgekühlt, was sowohl auf den Beton wie auch auf den Stahl festigkeitssteigernd sich auswirkt - eine erhebliche Traglaststeigerung zuläßt. Da die verfestigende Wirkung kryogener Temperaturen als ausreichend eruiert und quantifizierbar zu bezeichnen ist, ist mit Nachdruck zu fordern, daß diese über das erforderliche Maß hinausgehende Sicherheit zur Steigerung der Konkurrenzfähigkeit von Stahlbetoninnentanks gegenüber Stahlbehältern bei gewiß vorsichtiger Abschätzung der Gegebenheiten abgebaut wird.

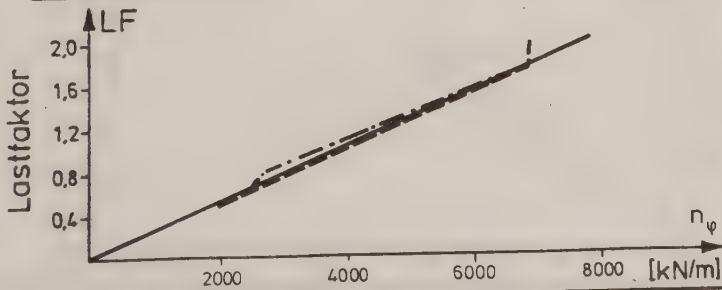
Dieser Schritt soll in einem weiteren Berechnungsfall vollzogen werden, dessen Ergebnisse mit den Bildern 8.18 bis 8.20 gegeben sind. Nunmehr wird also die Bewehrung auf der Basis der für kryogene Temperaturen möglichen Beanspruchbarkeit der Baustoffe abgestuft, wobei je Seite und Richtung mindestens ein Bewehrungsprozentsatz von $\mu = 0,25\%$ eingehalten wird.

Die graphischen Darlegungen bedürfen eigentlich keiner Kommentierung; der Trag- und Verformungsmechanismus ist mit dem gleichen Vokabular zu beschreiben, das schon vorstehend verwendet wurde.

a) über die Höhe



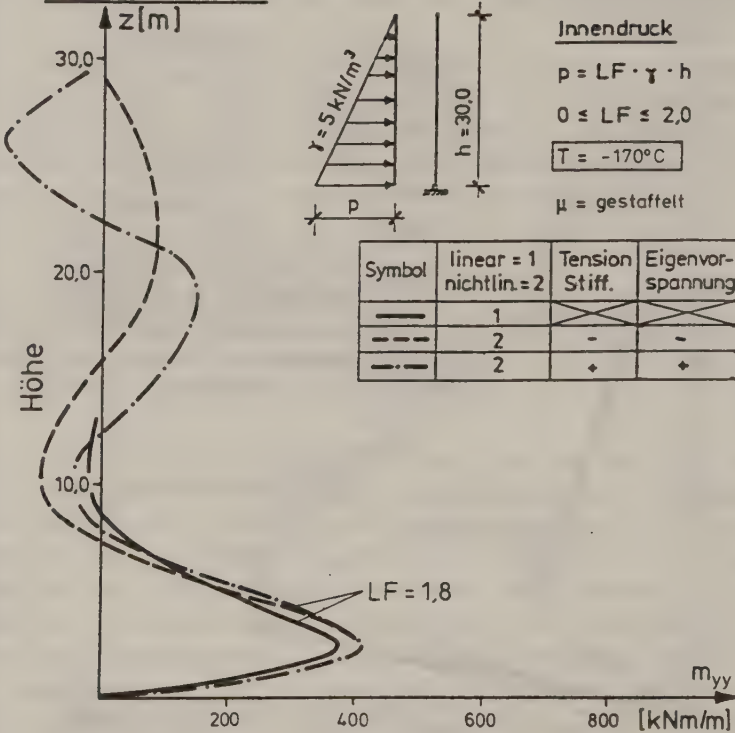
b) für $z = 5.40 \text{ m}$



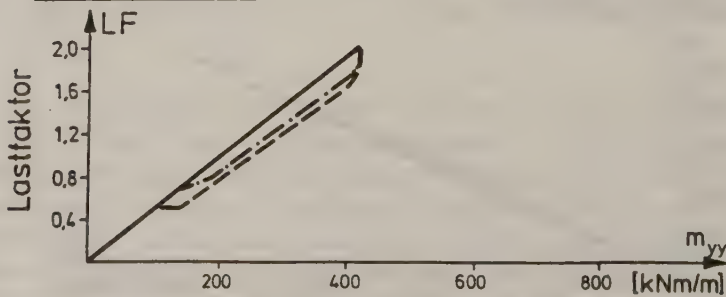
Ringnormalkräfte bei Vollfüllung

Bild 8.18

a) über die Höhe



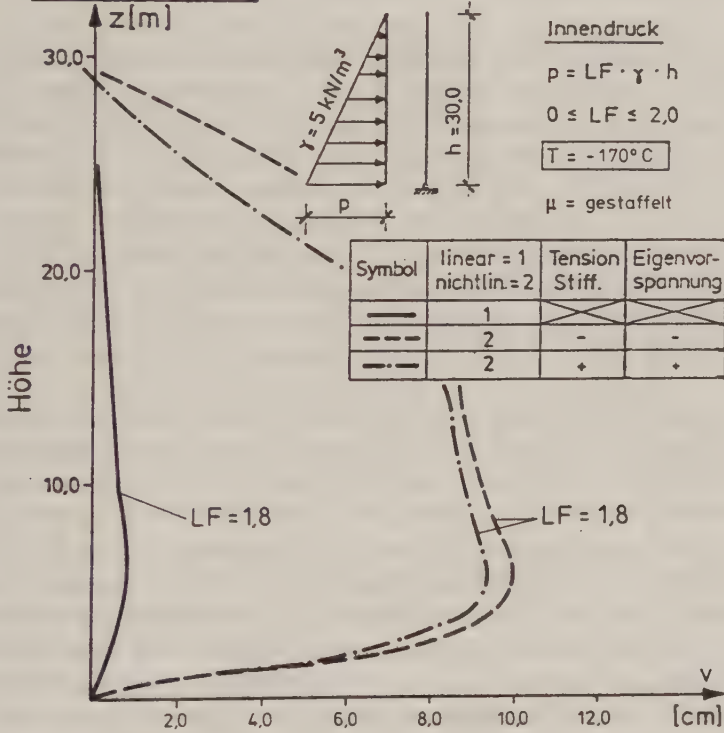
b) für $z = 240 \text{ m}$



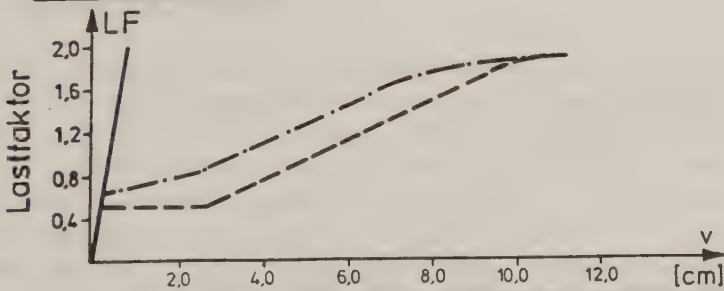
Meridianmomente bei Vollfüllung

Bild 8.19

a) über die Höhe



b) für $z = 6,00 \text{ m}$



Radialverformungen bei Vollfüllung

Bild 8.20

Eines ist jedoch bemerkenswert, soll und muß daher einer tiefergreifenden Betrachtung unterzogen werden.

Es fällt auf, daß beim zylindrischen Behälter, einem Schalentragwerk mit der Gauß'schen Krümmung $K = 0$, die Faktoren Tension Stiffening und Eigenvorspannung keinen Einfluß auf die Tragfähigkeitsgrenze ausüben. Dies erscheint im Hinblick auf die Eigenvorspannung elementar, worauf ja auch an anderer Stelle schon hingewiesen wurde, bezüglich der Mitwirkung des Betons aber scheint es auf den ersten Blick die prinzipiellen Erkenntnisse des Abschnittes 8.2 zu widerlegen. Das Phänomen wird jedoch bei einem Blick auf die Differentialgleichung der Zylinderschale bei Berücksichtigung des rotationssymmetrischen Beanspruchungszustandes erklärbar.

Die Differentialgleichung des Zylinders, in der die vierte Ableitung der Radialverformung nach der Wegkoordinate sowie die Radialverformung selbst auftreten, weist die gleiche Form auf wie die eines federnd gelagerten Balkens. Das Trag- und Verformungsverhalten ist danach dem des federnd gelagerten Balkens analog; die Zylinderschale ist als Geflecht von sich kreuzenden Ringträgern und lotrechten Balken zu verstehen, wobei die lotrechten Tragelemente als elastisch auf die horizontalen Ringe gebettet zu betrachten sind. Dieser Besonderheit ist es zuzuschreiben, daß der versteifende Effekt der Betonmitwirkung auf Zug bei Annäherung an den Grenzzustand der Tragfähigkeit seinen Einfluß verliert.

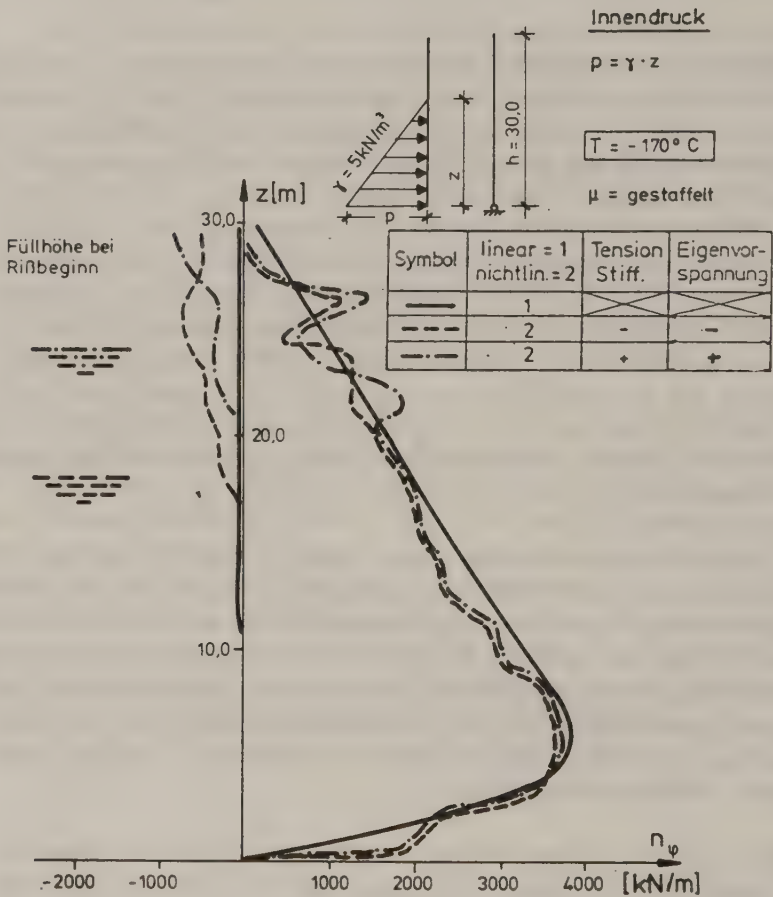
8.5 LNG-Innenbehälter beim Füllvorgang

Vor der eigentlichen Inbetriebnahme eines LNG-Innentanks aus Stahlbeton, eingeleitet durch den Füllvorgang mit dem zur Speicherung vorgesehenen Medium, wird als Dichtigkeitsprobe ein Wassertest durchzuführen sein, wie er schon heute beim Außenbehälter gefordert wird. Da das Wasser eine gegenüber LNG in etwa doppelt so hohe Dichte aufweist, würde bei diesem Test, um nicht weit über die für den Gebrauchszustand und den Grenzzustand der Tragfähigkeit nötigen Anforderungen hinaus dimensionieren zu müssen, der Innenbehälter nur zum Teil gefüllt werden. Für den als besonders beansprucht und damit kritisch anzusehenden unteren Teil des Zylinders bestände damit die Möglichkeit, auf einfache Weise die Qualität der Bauausführung und des Materials zu überprüfen. Für die rechnerische Behandlung dieses Testes sind selbstverständlich die in den gängigen Vorschriften niedergelegten Nachweisverfahren zugrunde zu legen.

Die Ergebnisse einer rechnerischen Simulation des Füllvorgangs mit dem LNG-Füllgut sind in den Bildern 8.21 und 8.22 festgehalten, in denen die Umhüllende der Ringnormalkräfte und Meridianmomente dargestellt ist. Die symmetrisch angeordnete Armierung wird als über die Höhe gestaffelt angenommen. Die Abstufung der Bewehrung ist hierbei jener identisch, die für den Grenzzustand der Tragfähigkeit, wie im vorangegangenen Abschnitt erläutert, die wirtschaftlichste Bemessung dargestellt.

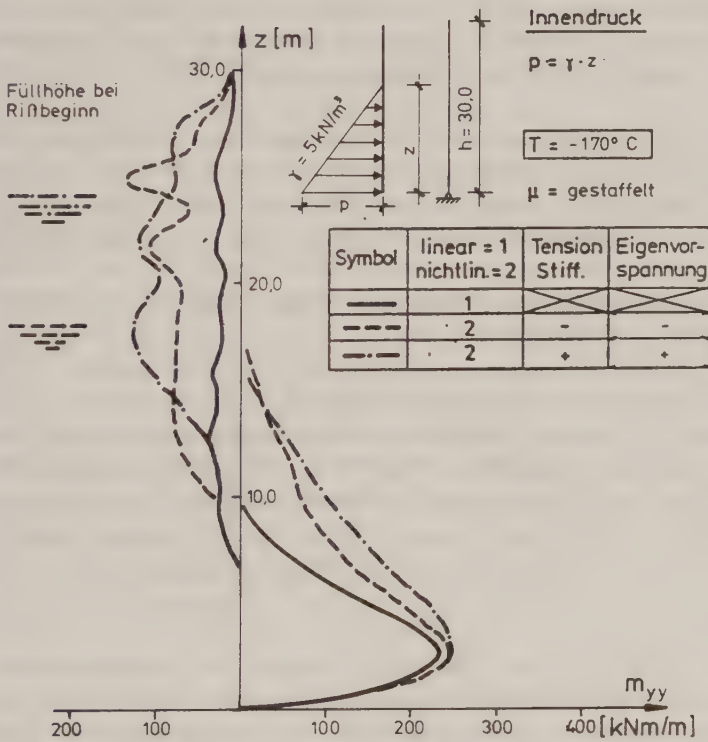
In einer ersten Wertung bleibt festzustellen, daß bei Einsetzen der Rißbildung auf einem Füllniveau, das unterhalb des letztendlich angestrebten liegt, erhebliche Beanspruchungsumlagerungen initiiert werden, die die Form der Umhüllenden gegenüber einer linearen Rechnung stark verändern. Das Füllstadium, bei dem die ersten Risse sich bilden, übt dabei einen Einfluß darauf aus, ein wie großer Teil der Schale von der Umverteilung und Umordnung betroffen ist. Dieser Einfluß ist jedoch nicht besonders ausgeprägt.

Desweiteren lassen die Graphiken einen Einblick in den Ablauf des Umverteilungsprozesses zu. Aufgrund der Beanspruchungskonstellati-



Umhüllende der Ringnormalkräfte
beim Füllvorgang

Bild 8.21



Umhüllende der Meridianmomente
beim Füllvorgang

Bild 8.22

on beginnt dieser mit dem Ausbilden von Trennrissen infolge von Ringnormalkräften im unteren Teil des Zylinders. Durch diese Nichtlinearität ausgelöst werden die Zugkräfte in noch im Zustand I befindliche Teilbereiche umgelagert, was seinerseits auch dort teilweise zu einem Überschreiten der Betonzugfestigkeit führt und somit die Umordnungen weiter fortschreiten läßt, bis ein neuer Gleichgewichtszustand gefunden ist. Dabei werden auch Druckkräfte in Ringrichtung vornehmlich im oberen Drittel der Schale geweckt, die aber wegen ihrer Mäßigkeit keine kritische Größe darstellen.

In Parallelität zu diesen in Ringrichtung sich abspielenden Vorgängen stellen sich im fußnahen Zylinderbereich auf der lastabgewandten Wandung horizontale Biegerisse ein, die ihrerseits meridional Spannungsumverteilungen involvieren. Es tritt nahezu auf den gesamten oberen zwei Dritteln des Zylinders Biegezug auf der Innenwandung auf, wobei dieser in bestimmten Bereichen die Grenzen des Zustands I überschreitet.

Sollen daher in der Praxis unkontrollierbare Spannungszustände bereits beim Füllvorgang vermieden werden, so ist sicherzustellen, z.B. durch Aufbringen einer Vorspannung, daß global gesehen der Tank während des Füllprozesses im ungerissenen Zustand verbleibt.

9 ZUSAMMENFASSUNG

Eine wichtige Rolle bei der Diversifizierung der Energiebezugsquellen, die von westlichen Industrieländern seit der Ölkrise Mitte der siebziger Jahre zur Sicherstellung einer hinreichenden Energieversorgung auch in Krisenzeiten insistent verfolgt wird, spielt das Erdgas, das zum wirtschaftlichen Transport und Zwischenlagern wegen der starken Volumenminderung i.a. bei Temperaturen von $T = -165^{\circ} \text{C}$ vom gasförmigen in den flüssigen Aggregatzustand überführt wird. Die in der Regel oberirdisch angeordneten Lagertanks sind in Anlehnung an die Sicherheitsphilosophie im kerntechnischen Ingenieurbau als Doppelmantelsysteme auszuführen, wobei der innere Tank das Füllmedium einschließt und der Außentank die Funktion eines Sicherheitsbehälters ausübt.

Wird der mit der tiefkalt zu lagernden Flüssigkeit unmittelbar in Berührung kommende zylindrische Innenbehälter aus Stahlbeton erstellt, ist bei dessen Standsicherheitsnachweis die Frage zu eruieren, ob eine Berücksichtigung des physikalisch nichtlinearen Trag- und Verformungsverhaltens auf lokaler Ebene, d.h. Querschnittsebene, ausreicht, wie dies in den einschlägigen Regelwerken unterstellt wird. Ist diese Vorgehensweise wegen der sich in der Globalstruktur infolge der inelastischen Effekte einstellenden Schnittgrößenumlagerungen noch als zuverlässig bzw. wirtschaftlich anzusehen?

Um diesbezüglich eine Antwort zu finden, sind in dieser Arbeit zunächst in dem für die Berechnung globaler Systeme unumgänglichen makroskopischen Detaillierungsgrad die wesentlichen Nichtlinearitäten qualitativ und quantitativ beschrieben. Dazu sind die konstitutiven Beziehungen der Komponenten Beton und Stahl, der Verbund derselben, die Rißbildung und die Steifigkeit gerissener Zonen zu zählen.

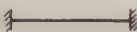
Die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen werden sowohl für den Beton als auch für Stahl analytisch formuliert, wobei die z.T. drastischen Veränderungen des Materialverhaltens infolge kryogener Tem-

peraturen in gebührender Weise eingearbeitet sind. Darüberhinaus wird der Spannungszustand aus innerem Zwang resp. die Eigenvorspannung abgehandelt, die das stark unterschiedliche Temperaturkontraktionsverhalten der beiden Materialien mit sich bringt.

Ein besonderes Augenmerk wird dem Problem der Rißbildung und der Steifigkeit gerissener Zonen geschenkt. Da der Beton über Verbundspannungen in der Lage ist, zwischen den Rissen Zugspannungen aufzunehmen, ist die Annahme des reinen Zustandes II für Bereiche endlicher Länge sicherlich wirklichkeitsfremd. Eine weitestgehende Approximation der realen Verhältnisse gelingt mit Hilfe modifizierter Stahlarbeitslinien, die, abgeleitet für zentrische Beanspruchungen, durch Einführen einer äquivalenten Wirkungszone der Bewehrung auch bei Biegebeanspruchung Anwendung finden können.

Die integrale Erfassung der Komponenten sowie ihres Zusammenwirkens im Verbundquerschnitt erfolgt in einem FEM-Programm, das die angestrebten Parameterstudien ermöglicht.

In einem ersten Schritt, der mit der Intention verknüpft ist, prinzipielle Einflüsse der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen zu eruieren, wird aufgezeigt, daß das Einbeziehen dieses Effektes allgemein zu einer Reduzierung der Verformungen im Vergleich mit den real nicht existenten Bedingungen des reinen Zustands II (s.Tab. 9.1) führt. Bei auf Biegung beanspruchten Stahlbetonträgern - seien sie nun statisch bestimmt oder unbestimmt - bleibt die Grenztragfähigkeit hiervon jedoch unberührt. Bei doppelt gekrümmten Schalen mit nichtrotationssymmetrischer Last verliert die versteifende Wirkung des Tension Stiffening ihren Einfluß im Bereich praktisch relevanter Dehnungen oder Verformungen nicht und bietet eine zusätzliche Sicherheit gegen Systemversagen, wobei keine Proportionalität zwischen Bewehrungsgrad und Versagenslast besteht. Die Systemsicherheit der Zylinderschale als einfach gekrümmter Schale unter rotationssymmetrischen Lasten wird dagegen nicht erhöht, eine Feststellung, die mit der Eigenart des Lastabtrags bei dieser Art von Schalen

System	Belastung	Einfluß	
	Gleichlast	Reduzierung der Verformungen	keine Beein- flussung der Grenztragfähigkeit
	Gleichlast		
	hydrostat. Innendruck		
	Wind		zusätzl. Sicher- heit ge- gen Sy- stemver- sagen

Tab. 9.1 Prinzipielle Einflüsse von Tension Stiffening

 LNG		Schnittkraftver- teilung	Folgen für Nachweispraxis
Beanspruchungsniveau	Traglast	linear $\approx$ nichtlinear ¹⁾	Bestätigung des derzeit gültigen Bemessungsverfahrens
	Gebrauchslast	z.T. erhebliche Abweichungen zwischen linearer und nichtlinearer ¹⁾ Berechnung	Einarbeitung in den Nachweis der Riß- breitenbeschränkung erforderlich

1) nichtlinear $\hat{=}$ Berücksichtigung der Rißbildung

Tab. 9.2 LNG-Innentank aus Stahlbeton mit abgestufter Bewehrung

durchaus zu erklären ist. Zylinderschalen sind nämlich in ihrem Trag- und Verformungsverhalten - die Differentialgleichung zeigt dies - dem federnd gelagerten Biegebalken gleichzusetzen.

Weitere Studien - durchgeführt an einem Stahlbetonzylinder, der von seinen Abmessungen her als repräsentativ für Innentanks anzusehen ist und der sukzessiv bis zur zweifachen Höhe des Innendrucks belastet wird, der sich bei Vollfüllung des Tanks mit dem Füllgut LNG ergibt - weisen hinsichtlich der durch Rißbildung initiierten Schnittkraftumlagerungen aus, daß die Schnittgrößenverteilung infolge des Flüssigkeitsdrucks nahezu unabhängig von den Materialkennwerten und damit den Temperaturbedingungen ist. Demgegenüber ist ein signifikanter Einfluß des Bewehrungsgrades resp. der Bewehrungsverteilung feststellbar. Wird entsprechend der derzeit gültigen Bemessungspraxis die Armierung abgestuft, d.h. auch wirtschaftlich angeordnet, so ist zum einen die der nichtlinearen Rechnung entstammende Schnittkraftverteilung an der Versagensgrenze derjenigen auf der Basis linearer Annahmen durchaus als kongruent zu bezeichnen und zum anderen die Versagenslast dem Bewehrungsgrad proportional - zwei Umstände, die das Bemessungsverfahren als zutreffend ausweisen. Im Bereich zwischen Riß- und Traglastniveau jedoch sind z.T. erhebliche Abweichungen nicht von der Hand zu weisen, ein Aspekt, der beim lokalen Nachweis der Rißbreitenbeschränkung nicht unbeachtet bleiben darf (s.Tab.9.2).

Wird der Füllvorgang jenes schon zitierten Stahlbetonzylinders rechnerisch simuliert, so ist bezüglich der Form der Umhüllenden von Ringnormalkräften und Meridianmomenten festzuhalten, daß diese sehr stark von nichtlinearen Effekten abhängig ist. Da derartige unkontrollierbare Beanspruchungszustände zu vermeiden sind, ist sicherzustellen, daß die Globalstruktur während des Füllprozesses im ungerissenen Zustand verbleibt.

Es ist unbestreitbar und bedarf keiner weitergehenden Erläuterung, daß die vorgestellten Ergebnisse ohne weiteres auf zylindrische Stahlbetontanks anderer Füllmedien übertragbar, von der Fußpunktausbildung prinzipiell unabhängig sind und auch auf

Spannbetonkonstruktionen sinngemäß angewendet werden können. Selbstverständlich ist dafür zu sorgen, daß die jeweiligen charakteristischen Spezifikationen in entsprechender Weise gewürdigt werden.

Als weitere Entwicklung ist eine Grundlagenstudie auf Wahrscheinlichkeitstheoretischer Basis denkbar, welche die Streuung aller relevanten Werkstoffparameter beinhaltet.

LITERATURVERZEICHNIS

Kapitel 1

- /1.1/ BOMHARD, H.
Storage vessel systems for refrigerated liquefied gases
FIP/CPCI Symposium, Calgary, 1984, pp. 156 - 175
- /1.2/ BOMHARD, H.
Neue Aufgaben für den Betonbau
beton, 1988, Heft 3, pp. 99 - 103
- /1.3/ FASTABEND, M.
Zum Trag- und Verformungsverhalten lastbeanspruchter
Stahlbetonkonstruktionen bei tiefen Temperaturen
Dissertation, Essen 1987
- /1.4/ FRANK, K.
Schnittkräfte in Flüssigkeitsbehältern infolge instatio-
närer Temperaturfelder
Bautechnik, 1984, Heft 9, pp. 293 - 297
- /1.5/ FRANK, K.
Der Einfluß temperaturabhängiger Materialkennwerte auf
die Schnittkräfte in Behälterwänden infolge instationärer
Temperaturfelder
Bautechnik, 1985, Heft 10, pp. 356 - 358
- /1.6/ NGUYEN, T.N.
Rotationssymmetrische Spannbetonbehälter unter
Kälteschock
Dissertation, Bochum 1988

- /1.7/ RABICH, R.
Schnittkräfte im zylindrischen Behälter aus Stahlbeton
bei Rißbildung
Bauplanung - Bautechnik, 1975, Heft 1, pp. 27 - 31
- /1.8/ SATO, R.; AOYAGI, Y.
Studies on deformation and crack of reinforced concrete
flexural members under low temperature
Proc. of JSCE, No. 329, Jan. 1983, pp. 141 - 134
- /1.9/ SCHÄPER, M.
Tieftemperaturbeanspruchte Spannbetonbehälter
Dissertation, Essen 1984
- /1.10/ SCHMIDT, G.
Temperaturbeanspruchte Stahlbetonschalen im gerissenen
Zustand
Dissertation, Bochum 1981
- /1.11/ SCHNELL, J.
Zur Bemessung von bewehrten Betonbauteilen für kombinier-
te Beanspruchung aus Last, Vorspannung und Temperatur-
zwang unter Berücksichtigung temperaturabhängiger Materi-
algesetze bei Normal- und Tieftemperatur
Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Techni-
schen Hochschule Darmstadt, Heft 37, W.Ernst & Sohn,
Berlin, 1986
- /1.12/ SCHNELLENBACH, G.
Bautechnische Aufgaben bei Lagertanks für verflüssigtes
Erdgas
Konstruktiver Ingenieurbau Berichte, Heft 38/39, 1981,
pp. 99 - 108

- /1.13/ STATHOPOULOS, ST.
Berechnung und Bemessung kreiszylindrischer Flüssigkeits-
behälter bei gleichzeitiger Last- und Zwangsbeanspruchung
Bautechnik, 1982, Heft 7, pp. 236 - 241
- /1.14/ WINTER, G.-J.; NITSCH, J.
Wasserstoff als Energieträger - Technik, System, Wirt-
schaft
Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York-Tokio, 1986

Kapitel 2

- /2.1/ BAMFORTH, P.B.
The influence of thermal cycling to cryogenic temperatu-
res on the strength and permeability of concrete
First International Conference on concrete for hazard
protection, Edingburgh, Sept. 1987, concrete society,
pp. 155 -168
- /2.2/ BROWNE, R.D.; BAMFORTH, P.B.
The use of concrete for cryogenic storage - a summary of
research, past and present
First International Conference on Cryogenic Concrete,
Newcastle, March 1981
- /2.3/ CARREIRA, D.J.; KUANG-HAN CHU
Stress-strain relationship for plain concrete in compres-
sion
Journal of ACI, No. 6, 1985, pp. 797 - 809
- /2.4/ CEDOLIN, L.; DEI POLI, S.; JORI, J.
Tensile behaviour of concrete
Journal of Engineering Mechanics, Vol. 113, Mar. 1987,
pp. 431 - 441

- /2.5/ CERVENKA, V.
Constitutive model for cracked reinforced concrete
Journal of ACI, No. 6, 1985, pp. 877 - 882
- /2.6/ DINGES, D.
Vergleichende Untersuchungen von Stahlbetonflächentragwerken unter Berücksichtigung physikalischer und geometrischer Nichtlinearitäten
Dissertation, Darmstadt 1987
- /2.7/ EHM, C.
Versuche zur Festigkeit und Verformung von Beton unter zweiaxialer Beanspruchung und hohen Temperaturen
Dissertation, Braunschweig 1986
- /2.8/ EHM, C.
Zum Festigkeits- und Verformungsverhalten von Beton unter zweiaxialer Druckbeanspruchung und hohen Temperaturen
17. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Braunschweig, März 1986, pp. 115 - 120
- /2.9/ ELICES, M; PLANAS, J.
Measurement of tensile strength of concrete at very low temperatures
Journal of ACI, No. 3, 1982, pp. 195 - 200
- /2.10/ GOTO; Y.; MIURA, T.
Experimental studies on properties of concrete cooled to about minus 160° C
Technology Reports Tohoku University, Vol. 44, No. 2, 1979, pp. 357 - 385
- /2.11/ GRASSER, E.
Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirtschaftlichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen
Dissertation, München 1968

- /2.12/ HAND, F.R.; PECKNOLD, D.A.; SCHNOBRICH, W.C.
Nonlinear layered analysis of RC plates and shells
Journal of the Structural Division, Vol. 99, 1973,
pp. 1491 - 1505
- /2.13/ HEILMANN, H.G.
Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons
beton, 1969, Heft 2, pp. 68 - 70
- /2.14/ KOMPFFNER, T.
Ein finites Elementmodell für die geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonschalen
Dissertation, Stuttgart 1983
- /2.15/ LEONHARDT, F.
Zur Behandlung von Rissen im Beton in den deutschen Vorschriften
Beton- und Stahlbetonbau, 1985, Heft 7, pp. 179 - 185
- /2.16/ LINK, J.
Eine Formulierung des zwei axialen Verformungs- und Bruchverhaltens von Beton und deren Anwendung auf die wirklichkeitsnahe Berechnung von Stahlbetonplatten
DAfStb, Heft 270, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1976
- /2.17/ LIU, T.C.Y.; NILSON, A.H.
Biaxial stress-strain relations for concrete
Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 98, 1972, pp. 1025 - 1034
- /2.18/ MEHLHORN, G.; DINGES, D.; KEUSER, M.; KOLMER, W.
Some aspects of modelling reinforced concrete structures by finite elements
Finite Element Methods for Nonlinear Problems, Proceedings of the Europe-US Symposium, Trondheim 1985, Springer-Verlag, 1986, pp. 575 - 602

- /2.19/ RAPHAEL, I.
Tensile strength of concrete
Journal of ACI, No. 2, 1984, pp. 158 - 165
- /2.20/ RIGGS, R.H., POWELL, G.H.
Rough crack model for analysis of concrete
Journal of Engng. Mech. (ASCE), No. 5, 1986,
pp. 448 - 464
- /2.21/ ROSTASY, F.S.; WIEDEMANN, G.
Stress-strain behaviour of concrete at extremely temperature
Cement and Concrete research, Vol. 10, 1980,
pp. 565 - 570
- /2.22/ ROSTASY, F.S.; WIEDEMANN, G.
Festigkeit und Verformung von Beton bei sehr tiefer
Temperatur
Beton, 1980, Heft 2, pp. 54 - 59
- /2.23/ ROSTASY, F.S.; WIEDEMANN, G.
Strength and deformability of concrete after low temperature cycles
Second International Conference on Cryogenic Concrete,
Amsterdam, Oct. 1983
- /2.24/ ROSTASY, F.S.
Verfestigung und Versprödung von Beton durch tiefe
Temperaturen
Fortschritte im konstruktiven Ingenieurbau - Gallus Rehm
zum 60. Geburtstag, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1984,
pp. 224 - 239
- /2.25/ ROSTASY, F.S.; SCHEUERMANN, J.; SPRENGER, K.-H.
Zum mechanischen Verhalten einiger Baustoffe bei
schneller Belastung und tiefer Temperatur
Betonwerk + Fertigteil-Technik, 1984, Heft 6,
pp. 393 - 401

- /2.26/ ROSTASY, F.S.; SCHEUERMANN, J.
Eigenspannungszustand in Stahl- und Spannbetonkörpern infolge unterschiedlichen thermischen Dehnverhaltens von Beton und Stahl bei tiefen Temperaturen
DAfStb, Heft 380, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1987
- /2.27/ RÜSCH, H.
Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit
beton, 1975, Heft 2, pp. 55 - 58
- /2.28/ SAENZ, L.P.
Equation for the stress-strain curve of concrete
Journal of ACI, No. 9, 1964, pp. 1229 - 1235
- /2.29/ SCHELER, G.-G.
Einfluss unterschiedlicher Stoffgesetze auf das Tragverhalten von Stahlbetonschalen
Dissertation, Bochum 1985
- /2.30/ WESCHE, K.-H.
Baustoffe für tragende Bauteile
Band 1, Bauverlag GmbH, 2.Aufl., 1977
- /2.31/ WESCHE, K.-H.
Baustoffe für tragende Bauteile
Band 2, Bauverlag GmbH, 2.Aufl., 1981
- /2.32/ WIEDEMANN, G.
Zum Einfluss tiefer Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton
Dissertation, Braunschweig 1982

Kapitel 3

- /3.1/ ELICES, M.; CORRES, H.; PLANAS, J.
Behaviour at cryogenic temperatures of steel for concrete reinforcement
Journal of ACI, No. 3, 1986, pp. 405 - 411
- /3.2/ HARTL, G.
Das Verhalten von Betonrippenstählen unter sehr tiefen Temperaturen
Beton- und Stahlbetonbau, 1985, Heft 10 + 11,
pp. 271 - 274 und pp. 293 - 299
- /3.3/ KRASSIN, D.
Berechnungsverfahren für das Langzeitverhalten von Stahlbetonkonstruktionen
Dissertation, Bochum 1985
- /3.4/ RICHARD, M.; Abbott, B.J.
Versatile elastic plastic stress strain formula
Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 101,
1975, pp. 511 - 515
- /3.5/ ROSTASY, F.S.; SCHEUERMANN, J.; WIEDEMANN, G.
Verhalten von Spann- und Bewehrungsstahl bei tiefen Temperaturen
Betonwerk + Fertigteil-Technik, 1982, Heft 2 + 3,
pp. 74 - 83 und pp. 163 - 170
- /3.6/ ROSTASY, F.S.
Spannstähle und Spannverfahren für Lagertanks für tiefgekühlte, verflüssigte Gase
Betonwerk + Fertigteil-Technik, 1986, Heft 5,
pp. 308 - 311

- /3.7/ VALIENTE, A.
Fracture at low temperatures of steels for concrete
reinforcement
Second International Conference on Cryogenic Concrete,
Amsterdam, Oct. 1983

Kapitel 4

- /4.1/ BONZEL, J.
Beton
Betonkalender 1988, Teil 1, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1988
- /4.2/ VECCHIO, F.H.
Nonlinear analysis of reinforced concrete frames subjected to thermal and mechanical loads
Structural Journal of ACI, No. 6, 1987, pp. 492 - 501
- /4.3/ ZERNA, W.; STANGENBERG, F.
Spannbetonträger - Theorie und Berechnungsgrundlagen
Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New-York-London-Paris-Tokyo, 1987

Kapitel 5

- /5.1/ ACI COMMITTEE 224
Cracking of concrete members in direct tension
Journal of ACI, No. 1, 1986, pp. 3 - 13

- /5.2/ AOYAGI, Y.; SATO, R.
Deformation and cracking behaviours of reinforced concrete tension members under low temperatures
CAJ Review of the 32nd General Meeting, 1978,
pp. 405 - 409
- /5.3/ CARREIRA, D.J.; KUANG-HAN CHU
Stress-strain relationship for reinforced concrete in tension
Journal of ACI, No. 1, 1986, pp. 21 - 28
- /5.4/ DAMJANIC, F.; OWEN, D.R.J.
Practical considerations for modelling of post-cracking concrete behaviour for finite element analysis of reinforced concrete structures
Computer-aided analysis and design of concrete structures, Swansea, Pineridge Press, 1984, pp. 693 - 706
- /5.5/ ESPION, B.; PROVOST, M.; HALLEUX, P.
Rigidity of a reinforced concrete tensile zone
Matériaux et Constructions, No. 105, May-Jun 1985,
pp. 185 - 191
- /5.6/ FLOEGL, H.; MANG, H.A.
On tension stiffening in cracked reinforced concrete slabs and shells considering geometrical and physical nonlinearity
Ingenieur-Archiv, 1981, pp.215 - 242
- /5.7/ FLOEGL, H.; MANG, H.A.
Tension stiffening concept based on bond slip
Journal of the Structural Division, Vol. 108, 1982,
pp. 2681 - 2701

- /5.8/ FLOEGL, H.
Traglastermittlung dünner Stahlbetonschalen mittels der
Methode der Finiten Elemente unter Berücksichtigung wirk-
lichkeitsnahen Werkstoffverhaltens sowie geometrischer
Nichtlinearität
Dissertation, Wien 1982
- /5.9/ GILBERT, R.I.; WARNER, R.F.
Tension-stiffening in reinforced concrete
Journal of the Structural Division, Vol. 104, 1978,
pp. 1885 - 1900
- /5.10/ GRIEBENOW, G.
Experimentelle Untersuchungen zum Biegetragverhalten ge-
rissener Stahlbetonbalken und -platten im Vergleich mit
nichtlinearen FEM-Berechnungen
Dissertation, Braunschweig 1977
- /5.11/ HARTL, G.
Die Arbeitslinie eingebetteter Stähle unter Erst- und
Kurzzeitbelastung
Beton- und Stahlbetonbau, 1983, Heft 8, pp. 221 - 224
- /5.12/ HEGEMIER, G.A.; MURAKAMI, H.; HAGEMAN, L.J.
On tension stiffening in reinforced concrete
Mechanics of materials, Vol. 4, 1985, pp. 161 - 179
- /5.13/ JANOVIĆ, K.
Zur Rißbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau
Betonwerk + Fertigteil-Technik, 1986, Heft 12,
pp. 815 - 823
- /5.14/ JOHNSON, R.P.; ALLISON, R.W.
Shrinkage and tension stiffening in negative moment re-
gions of composite beams
The Structural Engineer, Vol 59 B, No. 1, March 1981,
pp. 10 - 16

- /5.15/ KÖNIG, G.
Berechnen und gezieltes Begrenzen von Rißbreiten in
Stahlbeton und Spannbeton
Deutscher Beton-Verein e.V., Wiesbaden, Vorträge Betontag
1985, pp. 195 - 221
- /5.16/ KÖNIG, G.
Restraint, crack-with control and minimum reinforcement
in thick concrete members
Darmstadt Concrete, Annual Journal on concrete and con-
crete structures, Vol. 1, 1986, pp. 8 - 23
- /5.17/ KOLLEGER, J.; MEHLHORN, G.
Material model for cracked reinforced concrete
IABSE Colloquium, Delft 1987, report, pp. 63 - 74
- /5.18/ MANG, H.A.; FLOEGL, H.
Tension-stiffening concept for reinforced surface
structures
IABSE Colloquium, Delft 1981, Final Report,
pp. 351 - 369
- /5.19/ MEHLHORN, G.; KOLLEGER, J.; GÜNTHER, G.
Zug- und Zug-Druckversuche an Stahlbetonscheiben
Forschungsbericht Nr. 1 aus dem Fachgebiet Massivbau,
Gesamthochschule Kassel, 1986
- /5.20/ MENN, CH.
Zwang und Mindestbewehrung
Beton- und Stahlbetonbau, 1986, Heft 4, pp. 94 - 99
- /5.21/ MILFORD, R.V.; SCHNOBRICH, W.C.
The effect of cracking on the ultimate strength of rein-
forced concrete cooling towers
Engng. structures, Vol. 8, Jan. 1986, pp. 46 - 54

- /5.22/ NOAKOWSKI, P.
Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur
DAfStb, Heft 296, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1978
- /5.23/ NOAKOWSKI, P.
Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rißbreite
Beton- und Stahlbetonbau, 1985, Heft 7 + 8, pp. 185 - 190 und pp. 215 - 221
- /5.24/ NOAKOWSKI, P.
Mitwirkungsgesetze zur Ermittlung der Verformungen und der Zwangsbeanspruchung bei gleichzeitiger Lastbeanspruchung
Beton- und Stahlbetonbau, 1986, Heft 12, pp. 318 - 325
- /5.25/ ODUYEMI, T.O.; CLARK, L.A.
Tension stiffening in longitudinal sections of circular voided concrete slabs
Proc. Instn. Civ. Engrs., part 2, Vol. 83, Dec. 1987, pp. 861 - 874
- /5.26/ RAUE, E.
Beitrag zum Rißverhalten temperaturbeanspruchter Konstruktionen unter Berücksichtigung des Zufallcharakters der Rißbildung
Wiss. Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, 1978, Heft 2
- /5.27/ RAUE, E.; TONG TRAN TUNG
Ermittlung der Formänderungen und Schnittkräfte in zwangsbeanspruchten Stahlbetonbalken bei Biegung unter Berücksichtigung des Zufallcharakters der Betonzugfestigkeit
Wiss. Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, 1979, Heft 1

- /5.28/ ROSTASY, F.S.; KOCH, R.; LEONHARDT, F.
Zur Mindestbewehrung für Zwang von Außenwänden aus Stahl-
leichtbeton
DAfStb, Heft 267, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1976
- /5.29/ ROSTASY, F.S.; HENNING, W.
Zwang und Oberflächenbewehrung dicker Wände
Beton- und Stahlbetonbau, 1985, Heft 4 + 5, pp. 108 - 113
und pp. 134 - 136
- /5.30/ ROSTASY, F.S.
Risse infolge Zwang und Eigenspannungen
Deutscher Beton-Verein e.V., Wiesbaden, Vorträge Betontag
1985, pp. 222 - 236
- /5.31/ ROSTASY, F.S.; SCHEUERMANN, J.
Verbundverhalten einbetonierten Betonrippenstahls bei
extrem tiefer Temperatur
DAfStb, Heft 380, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1987
- /5.32/ SCANLON, A.
Time dependent deflections of reinforced concrete slabs
Dissertation, Edmonton 1971
- /5.33/ SHIMA, H.; TAMAI, S.
Tension stiffness model under reversed loading including
post yield range
IABSE Colloquium, Delft 1987, report, pp. 547 - 556
- /5.34/ SCHEUERMANN, J.
Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Verbund und Rißbil-
dung von Stahlbetonbauteilen
Dissertation, Braunschweig 1987
- /5.35/ SCHLAICH, J.; SCHOBER, H.
Versuche zur Mitwirkung des Betons in der Zugzone von
Stahlbetonröhren
DAfStb, Heft 363, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1985

- /5.36/ SCHÖBER, H.
Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im
Stahl- und Spannbeton
Dissertation, Stuttgart 1984
- /5.37/ SCHWENNICKÉ, A.
Zur Berechnung von Stahlbetonbalken und -scheiben im ge-
rissenen Zustand unter Berücksichtigung der Mitwirkung
des Betons zwischen den Rissen
Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, TU Berlin,
Heft 3, 1983
- /5.38/ STEFFEN, W.
Ein Beitrag zur nichtlinearen Berechnung des Tragverhal-
tens von Stahlbetonschalen
Dissertation, Bochum 1984
- /5.39/ WELSCH, J.
Zentrischer Temperaturzwang von Stahlbeton und Spannbe-
ton bei Abkühlung auf sehr niedrige Temperaturen
TWM-Mitteilung Nr. 84-8, Dez. 1984
- /5.40/ WICKE, M.
Zur Rissesicherung von Spannbeton-Straßenbrücken - Be-
gründung der Rechenvorschrift RVS 15.114
Zement und Beton, 1986, Heft 4, pp. 203 - 207

Kapitel 6

- /6.1/ BAZANT, Z.; OH, B.H.
Spacing of cracks in reinforced concrete
Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 9,
Sept. 83, pp. 2066 - 2085

- /6.2/ DEUTSCHER BETON-VEREIN E.V.
Begrenzung der Rißbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau
DBV-Merkblatt, Fassung April 1986
- /6.3/ IVANY, G., FASTABEND, M.
Biegeversuche an hohen Stahlbetonbalken bei tiefen Temperaturen
Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen der Universität - Gesamthochschule Essen, Heft 34, Sept. 1985
- /6.4/ JAHN, M.
Zum Ansatz der Betonzugfestigkeit bei den Nachweisen zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von bewehrten und unbewehrten Betonbauteilen
DAfStb, Heft 341, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1983
- /6.5/ KÖNIG, G.; JAHN, M.
Über die verschiedenen Erscheinungsformen der Betonzugfestigkeit und ihre Bedeutung für das Tragverhalten von Massivbauteilen
Beton- und Stahlbetonbau, 1983, Heft 9 + 10, pp. 243 - 247 und pp. 281 - 286
- /6.6/ KÖNIG, G.; SCHEIDLER, D.; FEHLING, E.
Grundlagen zur Traglastermittlung unbewehrter Betonbauteile unter Zugbeanspruchung
Beton- und Stahlbetonbau, 1986, Heft 11 + 12, pp. 292 - 296 und pp. 325 - 329
- /6.7/ KÖNIG, G.; FEHLING, E.
Zur Rißbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau
Beton- und Stahlbetonbau, 1988, Heft 6 + 7, pp. 161 - 167 und pp. 199 - 204

- /6.8/ KUPFER, H.; STREIT, W.
Stahlspannungen im Gebrauchszustand bei teilweiser Vor-
spannung
Spannweite der Gedanken, Springer-Verlag, Berlin-Heidel-
berg-New York-London-Tokyo, 1987, pp. 261 - 273
- /6.9/ MANG, H.A.; EBERHARDSTEINER, J.; WALTER, H.
Development and application of a gradient dependent frac-
ture criterion for finite-element-analysis of reinforced-
concrete surface structures
Finite element methods for nonlinear problems, Proc. of
the Europe-US-Symposium, Trondheim, 1985, Springer-Ver-
lag, Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo, 1986, pp. 603 -
621
- /6.10/ MARTIN, H.; SCHIESSL, P.; SCHWARZKOPF, M.
Berechnungsverfahren für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung
Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 309, Bundes-
minister für Verkehr, 1980, pp. 33 - 66
- /6.11/ OH, B.H.; KANG, Y.-J.
New formulas for maximum crack width and crack spacing in
reinforced concrete flexural members
Structural Journal of ACI, No. 2, 1987, pp. 103 - 112

Kapitel 7

- /7.1/ BAZANT, Z.
Finite element analysis of reinforced concrete
American society of civil engineers, New York, 1982

- /7.2/ EIBL, J.; IVANYI, G.
Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton
DAfStb, Heft 260, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1976
- /7.3/ IRONS, B.; AHMAD, S.
Techniques of finite elements
John Wiley & Sons, New York-Chicester-Bribone-Toronto,
1980
- /7.4/ KÖNIG, G.; SCHNELL, J.
Rißentwicklung von Stahlbetonkörpern unter äußerer Last
bei Tieftemperatur
Bauingenieur, 1987, Heft 8, pp. 363 - 370
- /7.5/ MA, S.Y.A.; MAY, B.M.
The newton-raphson method used in the non-linear analysis
of concrete structures
Computers & Structures, Vol. 24, 1986, pp. 177 - 185
- /7.6/ MEHLHORN, G.
Anwendung der Methode der finiten Elemente im Stahlbeton-
bau - Grundlagen, Anwendungen in Forschung und Praxis
Finite Elemente - Anwendungen in der Baupraxis, W.Ernst &
Sohn, Berlin, 1985, pp. 50 - 85
- /7.7/ SCHNELL, J.
Crack development and rigidity at low temperatures
Darmstadt Concrete, Annual Journal on concrete and
concrete structures, Vol. 1, 1986, pp. 35 - 40
- /7.8/ WINTER, M.
Das Grenztragverhalten von Kühlturmschalen aus Stahl-
beton
Dissertation, Bochum 1984

Kapitel 8

- /8.1/ GROSS, K.-P.; V.CRAMON, W.
Ein Beitrag zur Rißbildung und Rißentwicklung im Stahl-
betonbau
Bauingenieur, 1987, Heft 1, pp. 21 - 28
- /8.2/ IVANYI, G.; SCHÄPER, M.
Biege- und Torsionsverhalten von Stahlbetonbalken bei tiefen Tempe-
raturen
Bauingenieur, 1983, Heft 4, pp. 135 - 142
- /8.3/ LIN, CH.-SH.; SCORDELIS, A.C.
Nonlinear analysis of RC-shells of general form
Journal of the Structural Division, Vol. 101, 1975,
pp. 523 - 538
- /8.4/ MILFORD, R.V.; SCHNOBRICH, W.C.
The effect of cracking on ultimate load of reinforced
concrete cooling towers
Natural draught cooling towers - Proc. of the 2. Intern.
Symposium, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York-
Tokyo, 1984, pp. 319 - 332
- /8.5/ OKADA, T.; IGURO, M.
Bending behaviour of prestressed concrete beams under low
temperature
Journal of Japanese Prestressed Concrete Engineering
Assoc., Vol. 20, 1978
- /8.6/ SORETZ, ST.
Zwei Sonderfälle der Beanspruchung von Stahlbeton
Berg- und Hüttenmännische Monatshefte 126 (1981), Heft 9,
pp. 404 - 410

- /8.7/ STANGENBERG, F.
Material parameters sensitivity of reinforced concrete shells
IASS Symposium, Osaka 1986, Proceedings Vol. 1, Elsevier
Science Publishers B.V., Amsterdam
- /8.8/ STANGENBERG, F.
Analysis of reinforced concrete roof shells with respect to partial concrete cracking
ICSB Symposium, Beijing 1987, Proceedings of the International Colloquium on space structures for sports-buildings, Science Press, Beijing, pp. 194 - 201
- /8.9/ WIEDEMANN, G.; SCHEUERMANN, J.; KORDINA, K.; ROSTASY, F.S.
Versuche zur Biegetragfähigkeit von Stahlbetonplattenstreifen bei extrem tiefer Temperatur
DAfStb, Heft 380, W.Ernst & Sohn, Berlin, 1987

BEZEICHNUNGEN

Geometrische Größen

t	Schichtdicke
d	Dicke
μ	Bewehrungsgrad
	bei Zug: ges. Bewehrung
	bei Biegung: Bewehrung in der Zugzone
A	Fläche
a_s	Bewehrungsquerschnitt (cm^2/m)
l_{eo}	Einleitungslänge
s_r	Rißabstand
m	Hochzahl
n	Verhältniswert E_s/E_b
U	Umfang
$D_{K,max}$	Größtkorndurchmesser des Zuschlages
h	Nutzhöhe
d_{eff}	effektive Höhe
d_1	Abstand der Bewehrung vom gezogenen Rand
c	Betondeckung
n_L	Anzahl der Bewehrungslagen
s_L	Abstand der Bewehrungslagen

Materialgrößen

β_{cm}	mittlere Zylinderdruckfestigkeit
β_{WM}	mittlere Würfeldruckfestigkeit
β_{WN}	Würfelnendruckfestigkeit
β_{z1}	5%-Fraktilwert der zentr. Betonzugfestigkeit
β_{zm}	Mittelwert der zentr. Betonzugfestigkeit
β_{z2}	95%-Fraktilwert der zentr. Betonzugfestigkeit
E	Elastizitätsmodul
ν	Querdehnzahl
G	Schubmodul
α_{ij}	Verzahnungsbeiwerte
β_S	Streckgrenze des Stahls
u_{krit}	Materialkonstante (Plastifizierungsvermögen des Betons)
a	plastische Zone des Betons

physikalische Größen

T	Temperatur
u_m	mittlere Betonfeuchte
α_T	Temperaturausdehnungskoeffizient
γ	Wichte

Spannungen

σ	Normal-, Schubspannungen
$\sigma_{I,II}$	Hauptspannungen
τ_1	Verbundspannung
σ_{sr1}	Stahlspannung im RiBquerschnitt bei ErstriBbildung
σ_{sr2}	Stahlspannung in RiBquerschnitt am Ende der sukzessiven RiBteilung

Verzerrungen

ϵ	Normal-, Schubverzerrungen
ϵ_f	FlieBdehnung des Stahls
ϵ_0	Dehnung unter Zylinderdruckfestigkeit
ϵ_r	RiBdehnung
$\Delta\epsilon$	Dehnungsminderung infolge Tension Stiffening
$\Delta\epsilon_1$	Tension-Stiffening-Anteil bei EinzelriBbildung
$\Delta\epsilon_2$	Tension-Stiffening-Anteil bei abgeschlossenem RiBbild

Verformungen

u, v, w	Verschiebungen
-----------	----------------

Kräfte

T_u	Verbundkraft
P_r	Rißkraft
D_b	Biegedruckkraft

Matrizen und Vektoren

$\underline{E}$	Elastizitätsmatrix (Stahl bzw. Beton)
$\underline{K}$	Steifigkeitsmatrix
$\underline{u}$	Vektor der Verformungen
$\underline{P}$	Belastungsvektor

Indices

RT	Raumtemperatur
TT	Tieftemperatur
b	Beton
s	Stahl

L e b e n s l a u f

Name : Hermann Poll

geboren : 15.07.1956 in Osterbrock

Eltern : Wilhelm Poll, Brandmeister
Anna Poll geb. Kotte

Familienstand : verheiratet mit Beatrix Poll geb. Schooneboom

Schulbildung : 1963 - 1967
Volksschule in Osterbrock

1967 - 1975
Kreisgymnasium in Meppen mit Abschluß Abitur

Wehrdienst : 1975 - Sept. 1976
Dienstzeit als Wehrpflichtiger

Studium : Okt. 1976 - Dez. 1981
Studium des Bauingenieurwesens an der
TU Braunschweig mit Abschluß Diplom;
Aufnahme in die Studienstiftung des Deutschen
Volkes

berufliche
Tätigkeit : Febr. 1982 - Jun. 1985
Mitarbeiter im Konstruktionsbüro der Ph. Holz-
mann AG, HN Düsseldorf
seit Juli 1985 wissenschaftlicher Mitarbeiter
am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau,
Lehrstuhl I, Ruhr-Universität Bochum

